

Plano de desenvolvimento: Figuras geométricas espaciais

Serão abordadas as características de corpos redondos (cilindro, cones e esferas) e, poliedros (prismas e pirâmides) e suas planificações e também o reconhecimento da congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes em ampliações e reduções de figuras poligonais. Além disso, serão trabalhadas medidas de perímetro e de área, verificando-se que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que figuras de mesma área, podem ter perímetros diferentes; e medidas de volume, por meio de empilhamento de cubos, reconhecendo volume como grandeza associada a sólidos geométricos. Também serão trabalhadas multiplicação e divisão com números naturais e decimais finitos, em situações envolvendo números múltiplos e divisíveis por números naturais.

Conteúdos

- Características e planificações de figuras geométricas espaciais
- Ampliação e redução de figuras poligonais
- Perímetro e área de figuras poligonais
- Volume por empilhamento de cubos
- Volume como grandeza associada a sólidos geométricos
- Divisão com números naturais e decimais com divisor natural
- Multiplicação com números naturais e decimais com multiplicador natural

Objetos de conhecimento e habilidades

Objeto de conhecimento	<ul style="list-style-type: none"> • Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> • (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Relação com a prática didático-pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> • Associar figuras espaciais a suas planificações deve possibilitar analisar, nomear e comparar seus atributos, identificando os poliedros e corpos redondos pela observação de suas características.

Objeto de conhecimento	<ul style="list-style-type: none"> Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
Relação com a prática didático-pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais deve contribuir para o desenvolvimento da ideia de ampliação e redução de figuras poligonais ao utilizarem malhas quadriculadas e tecnologias digitais.

Objeto de conhecimento	<ul style="list-style-type: none"> Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
Relação com a prática didático-pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> Investigar que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes deve contribuir para a construção do conceito de perímetro e conclusão destes conceitos.

Objeto de conhecimento	<ul style="list-style-type: none"> Noção de volume
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> (EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.
Relação com a prática didático-pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos deve contribuir para o desenvolvimento da noção de medida de volume por meio de empilhamento de cubos.

Objeto de conhecimento	<ul style="list-style-type: none"> Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Relação com a prática didático-pedagógica	<ul style="list-style-type: none"> Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero) deve possibilitar trabalhar com números múltiplos e divisíveis por números naturais, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Práticas de sala de aula

As atividades deste trimestre focam na necessidade de estratégias que possibilitem que os alunos analisem, reconheçam e comparem as figuras geométricas espaciais por suas características e nomes e as associem a suas planificações. Estratégias que possibilitem também trabalhar ampliação e reduções de polígonos por meio de papel com malhas quadriculadas (e se possível, de *softwares* que realizam esses estudos), reconhecendo congruência de seus ângulos e proporcionalidades entre lados correspondentes. São trabalhadas também estratégias para o estudo de medida de volume por empilhamento de cubos unitários do material dourado, reconhecendo volume como grandeza associada a sólidos geométricos.

Outras atividades exploradas neste trimestre são as resoluções e desenvolvimento de problemas de multiplicação e divisão com números naturais e decimais (com multiplicadores e divisores naturais), utilizando estratégias de cálculo diversas, permitindo inclusive, que tais estratégias sejam exploradas no cálculo de perímetro e área de polígonos, ao se trabalhar a habilidade EF05MA20, ou em cálculos de volume em centímetros cúbicos, ao se trabalhar a habilidade EF05MA21, ou ainda ao elaborar e resolver problemas com números múltiplos e divisores por números naturais, na habilidade EF05MA08.

No início de cada aula, discutir com os alunos as observações feitas a partir das avaliações entregues e das outras formas avaliativas utilizadas em aulas anteriores, de modo a reforçar e/ou relembrar os conceitos trabalhados que serão novamente abordados para a sua continuação, ampliação ou para rever temas que os alunos apresentaram dúvidas ou erros.

Para introduzir um novo tema, ou até mesmo praticar conceitos estudados, realizar atividades lúdicas, atividades práticas, jogos ou mesmo discussões orais, devendo-se, no final de cada uma dessas atividades, questionar os alunos sobre o que acharam e o que aprenderam. Tais discussões permitirão melhorar o desenvolvimento de futuras aulas com aquele material, por exemplo, na habilidade EF05MA08, quando os estudantes resolvem e elaboram um jogo da velha sobre multiplicação e divisão.

De modo geral, as propostas metodológicas devem incentivar a participação dos alunos nas atividades de maneira que eles se sintam motivados a se manterem ativamente envolvidos. Estimular atividades diversas, tais como apresentações, discussões e utilização de materiais manipuláveis, como na habilidade EF05MA21, ao medirem volume por meio de empilhamento de cubos unitários de material dourado em caixinhas confeccionadas a partir de uma malha quadriculada.

Além disso, deve-se incentivar a construção das reflexões coletivas, que também podem ser exploradas em atividades práticas coletivas para trabalhar a habilidade EF05MA08, quanto à correção do jogo por outros grupos que pode servir para que os estudantes discutam com suas duplas cada cálculo do jogo, identificando critérios a serem considerados na elaboração de exercícios de multiplicação e divisão. Uma vez que as atividades em grupos possibilitam uma avaliação dos próprios alunos, que, ao falarem sobre o tema em grupos menores, geram dúvidas e/ou divergências que devem ser mediadas.

Já as atividades individuais podem indicar os conhecimentos prévios que cada aluno possui, como quanto ao reconhecimento de poliedros e corpos redondos pelos seus nomes e representações ao se trabalhar a habilidade EF05MA16.

Os comentários durante as observações no desenvolvimento das atividades podem servir como autoavaliação para os alunos. Isso dará a eles um olhar mais crítico quanto aos resultados obtidos ao perceberem possibilidades de estratégias de resoluções diferentes.

Com isso, deve-se analisar as formas avaliativas utilizadas em cada aula – buscando nas falas, atitudes e atividades entregues pelos alunos, em trabalhos individuais, em duplas, trios ou em grupos indícios de se atingiram ou não os objetivos de aprendizagem associados a cada habilidade – e verificar possíveis erros ou dúvidas comuns para serem revisados ou explicados de maneiras diferentes em aulas futuras.

Também buscando desenvolver as habilidades neste trimestre, o projeto integrador propõe, a partir da conexão com a Língua Portuguesa, Matemática, Arte e Geografia, a organização e participação em uma exposição sobre transformações ocorridas nas paisagens de espaços públicos brasileiros por meio de fotos pesquisadas e posteriormente coladas em figuras geométricas espaciais construídas pelos alunos, de modo que analisem e reflitam sobre as transformações das paisagens de diferentes lugares no decorrer dos anos e reconheçam a socialização dos conhecimentos como parte do processo de aprendizagem.

Foco

Pensando principalmente nos alunos com maiores dificuldades, deve-se iniciar um trabalho com uma abordagem diferenciada para que todos tenham condições de avançar em suas aprendizagens.

Para as atividades deste trimestre, devem ser desenvolvidas estratégias para trabalhar com características de polígonos quanto a figuras geométricas espaciais e suas planificações, e quanto ao ângulo e lados em suas ampliações e reduções; estratégias para trabalhar com números naturais e decimais em medidas de área, perímetro e de volume; e também com números múltiplos e divisíveis por naturais. Algumas estratégias a serem utilizadas são: trabalhar com materiais manipuláveis, calculadoras, malhas quadriculadas, *softwares* (se possível), agrupar os alunos de acordo com as suas necessidades de revisão e trabalhar com eles esses conteúdos.

Para serem mais bem desenvolvidos os conceitos deste trimestre, faz-se necessário que dúvidas sobre reconhecimento de figuras geométricas espaciais e suas planificações sejam trabalhadas, por exemplo, solicitando aos alunos que observem objetos do seu dia a dia que se assemelham a poliedros ou corpos redondos, questionando-os sobre suas características: número de bases, arestas, vértices, faces arredondadas ou planas, figuras planas que compõem suas faces e bases.

Em relação a dificuldades com figuras geométricas planas, enfatizar quais características devem ser consideradas para criar polígonos, discutindo, por exemplo, por meio de uma tabela, as características dos lados e dos ângulos dos polígonos, tais como: o número de lados, se são paralelos ou não, quantos e quais ângulos possuem. Depois de trabalhada essa questão, o estudo dos polígonos pode ser ampliado para o reconhecimento das proporcionalidades dos lados e congruências dos ângulos de diferentes figuras planas desenhadas em malhas quadriculadas, e, caso surjam dúvidas sobre termos relacionados à proporcionalidade de imagens, pode-se trabalhar com segmentos de retas para, somente depois, ampliar a ideia para o estudo de figuras planas.

Ao explorar essas questões, amplia-se o estudo dos polígonos ao cálculo de perímetro e de área, ao desenhar figuras geométricas planas em malhas quadriculadas e realizar cálculos utilizando unidades de medida. Neste momento, podem surgir dúvidas quanto ao reconhecimento de quais figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e quais de mesma área podem ter perímetros diferentes. Essas dúvidas podem ser trabalhadas utilizando, por exemplo, um polígono desenhado em uma malha quadriculada, sendo solicitado ao aluno que recorte os quadradinhos que formam aquela figura e construa outros polígonos, verificando que o perímetro pode variar utilizando a mesma quantidade de quadradinhos. Pode inclusive ser utilizada uma calculadora para a resolução de diferentes problemas.

Para a realização de cálculos das medidas de perímetro e de área, deve-se explorar os conceitos de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais. Para tanto, deve-se exercitar esses cálculos para esclarecer dúvidas frequentes, o que pode ser feito por meio do cálculo de tabuadas para trabalhar com múltiplos de números naturais e por meio do uso de cédulas sem valor em problemas, por exemplo, que podem aplicar esses conceitos em situações reais e comuns do dia a dia.

O conceito de volume é outro que também exige a realização de cálculos de multiplicação e divisão e está relacionado também a figuras geométricas espaciais, mais especificamente aos cubos, ao se trabalhar com empilhamentos de cubos de aresta de valor igual a 1 cm, para a obtenção de volumes medidos em centímetros cúbicos. Em caso de dificuldades com a visualização espacial dos cubos, além de se trabalhar com material dourado, recipientes/caixas em formato de cubos e paralelepípedos sempre que possível, podem ser utilizados *softwares* nos quais é possível empilhar cubos, obtendo diferentes volumes, e analisá-los por diferentes ângulos.

Esses conceitos reforçam a importância de serem estudados os polígonos, analisando suas características de faces e arestas, e ressaltam a necessidade dos estudos de área e sua relação para obtenção do valor do volume, mostrando ao aluno que o volume se refere a uma área com mais uma dimensão, que é a altura.

Para saber mais

- **Cópia de figuras geométricas em papel quadriculado.** Nesse vídeo, é apresentada uma atividade na qual os alunos devem fazer uma cópia de figuras geométricas em papel quadriculado, podendo perceber, assim, as características de cada forma. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/4066/copia-de-figuras-geometricas-em-papel-quadriculado>>. Acesso em: 26 jan. 2018.
- Muniz, C. A.; Batista, C. O. e da Silva, E. B. **Módulo IV: Matemática e cultura: decimais, medidas e sistema monetário.** Nesse material são apresentadas dicas e propostas de atividades sobre variados temas da Matemática, incluindo números decimais; área em malhas quadriculadas; tangram; multiplicação e divisão com números decimais e volume como grandeza associada a sólidos geométricos. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/decimais.pdf>>. Acesso em: 26 jan. 2018.

Projeto integrador: Exposição de transformações espaciais

- Conexão com: MATEMÁTICA, LÍNGUA PORTUGUESA, ARTE e GEOGRAFIA

Este projeto propõe a organização e a participação em uma exposição sobre transformações ocorridas nas paisagens de espaços públicos brasileiros por meio de fotografias pesquisadas e posteriormente coladas em figuras geométricas espaciais construídas pelos estudantes. Espera-se que os alunos analisem e reflitam sobre as transformações das paisagens de diferentes lugares ao longo dos anos e reconheçam a socialização dos conhecimentos como parte do processo de aprendizagem.

Justificativa

O processo de ensino-aprendizagem deve valorizar metodologias que favoreçam não só o trabalho individual, mas também o coletivo, estimulando o desenvolvimento do espírito crítico, da criatividade, da autonomia, entre outras habilidades. Nesse sentido, as produções dos estudantes não podem ficar guardadas ou restritas apenas ao professor e à turma. Ou seja, devem ser expostas, sempre que possível, para que toda a equipe docente, familiares funcionários e colegas de outras salas tenham conhecimento. Uma maneira de todos se inteirarem das atividades realizadas é explorar espaços coletivos e recursos, de modo a incentivar a troca de experiências entre os estudantes.

Nesse contexto, organizar uma exposição para discutir a transformação de paisagens de espaços públicos de cidades brasileiras, permite trabalhar modelos de pesquisa (das fotografias), trabalho em grupo e organização de atividades. Para tanto, serão necessários utilizar conceitos de cálculos de área, perímetro, volume, comprimentos, ângulos e operações com números decimais e naturais, tornando os alunos capazes de entender os procedimentos e terem segurança para expor esse conhecimento aos outros, permitindo reflexões individuais e coletivas.

Neste projeto, a justificativa principal para o seu desenvolvimento é a valorização do trabalho dos alunos, que é importante para a construção da identidade de cada um e a socialização dos conhecimentos adquiridos como parte do processo de aprendizagem.

Objetivos

- Estimular o trabalho em equipe.
- Organizar e participar de uma exposição.
- Realizar pesquisas em diversas fontes.
- Identificar transformações em espaços públicos de cidades brasileiras.
- Medir e calcular área, perímetro, ângulo e volume.
- Construir figuras geométricas espaciais.
- Expor fotografias em figuras espaciais para a comunidade escolar e familiar.

Competências e habilidades

<p>Competências desenvolvidas</p>	<p>1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social e cultural para entender e explicar a realidade (fatos, informações, fenômenos e processos linguísticos, culturais, sociais, econômicos, científicos, tecnológicos e naturais), colaborando para a construção de uma sociedade solidária.</p> <p>3. Desenvolver o senso estético para reconhecer, valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também para participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.</p> <p>4. Utilizar conhecimentos das linguagens verbal (oral e escrita) e/ou verbo-visual (como Libras), corporal, multimodal, artística, matemática, científica, tecnológica e digital para expressar-se e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e, com eles, produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.</p> <p>5. Utilizar tecnologias digitais de comunicação e informação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas do cotidiano (incluindo as escolares) ao se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos e resolver problemas.</p> <p>9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de origem, etnia, gênero, orientação sexual, idade, habilidade/necessidade, convicção religiosa ou de qualquer outra natureza, reconhecendo-se como parte de uma coletividade com a qual deve se comprometer.</p> <p>10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões, com base nos conhecimentos construídos na escola, segundo princípios éticos democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.</p>
<p>Habilidades relacionadas*</p>	<p>Matemática: (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos. (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais. (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também,</p>

	<p>figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes. (EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.</p> <p>Língua Portuguesa: (EF04LP01) Participar das interações orais em sala de aula, com liberdade, desenvoltura e respeito aos interlocutores, para resolver conflitos e criar soluções. (EF05LP09) Buscar e selecionar informações sobre temas de interesse escolar, em textos que circulam em meios digitais ou impressos, para solucionar problema proposto. (EF05LP21) Reconhecer diferentes formas de tratar uma informação na comparação de textos que tratam do mesmo tema, em função das condições em que ele foi produzido e daquelas em que será recebido.</p> <p>Arte: (EF15AR05) Experimentar a criação em artes visuais de modo individual, coletivo e colaborativo, explorando diferentes espaços da escola e da comunidade. (EF15AR06) Dialogar sobre a sua criação e as dos colegas, para alcançar sentidos plurais.</p> <p>Geografia: (EF05GE08) Analisar transformações de paisagens nas cidades, comparando sequência de fotografias, fotografias aéreas e imagens de satélite de épocas diferentes.</p>
--	---

* A ênfase nas habilidades aqui relacionadas varia de acordo com o tema e as atividades desenvolvidas no projeto.

O que será desenvolvido

Os alunos deverão organizar e participar de uma exposição sobre transformações ocorridas nas paisagens de espaços públicos de cidades brasileiras por meio de fotos pesquisadas e ampliadas no computador e coladas em figuras geométricas espaciais construídas por eles.

Materiais

- Fichas com características de figuras geométricas espaciais
- Fichas com imagens de figuras geométricas espaciais
- Modelo de dez planificações de figuras geométricas espaciais
- Esquadros
- Folhas de papel-cartão coloridos
- Mapa do Brasil que contenha os nomes de todos os estados e as capitais
- Marcadores para mapas (canetas coloridas, fita adesiva ou pequenos alfinetes)
- Folhas de papel crepom
- Tesouras com pontas arredondadas
- Colas
- Réguas
- Computador com acesso à internet (se possível)

Etapas do projeto

Cronograma

- Tempo de produção do projeto: 1 mês/2 semanas/5 aulas por semana (sendo 5 aulas na primeira semana e 4 na segunda)
- Número de aulas sugeridas para o desenvolvimento das propostas: 9 aulas

Aula 1: Sensibilização e apresentação do projeto

Iniciar a aula explicando que será organizada uma exposição de fotos de transformações ocorridas em espaços públicos ao longo dos anos. Para isso, serão trabalhados alguns conteúdos estudados no trimestre. Discutir o cronograma a seguir que indica as atividades que desenvolverão para verificarem se deve haver alguma mudança:

Quadro 1: CRONOGRAMA									
Atividades	Aulas								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Discutir o cronograma	■								
Reservar a sala de informática	■								
Dividir os grupos	■								
Entregar as fichas	■								
Autoavaliação	■								
Pesquisar sobre fotografia		■							
Discutir sobre a pesquisa		■							
Construir figuras geométricas espaciais			■						
Calcular perímetro da moldura				■					
Cortar material da moldura				■					
Calcular área máxima da fotografia				■					
Pesquisar fotografia					■				
Pesquisar informações referentes às fotografias					■				
Localizar as cidades no mapa						■			
Calcular e indicar no mapa, o perímetro entre as cidades						■			
Autoavaliação						■			
Colar fotografia e moldura na figura geométrica espacial							■		
Colar as informações na figura geométrica espacial							■		
Corrigir ou finalizar etapas								■	
Planejar o dia da exposição								■	
Arrumar a sala da exposição									■
Exposição									■
Autoavaliação									■
Reorganizar o espaço									■

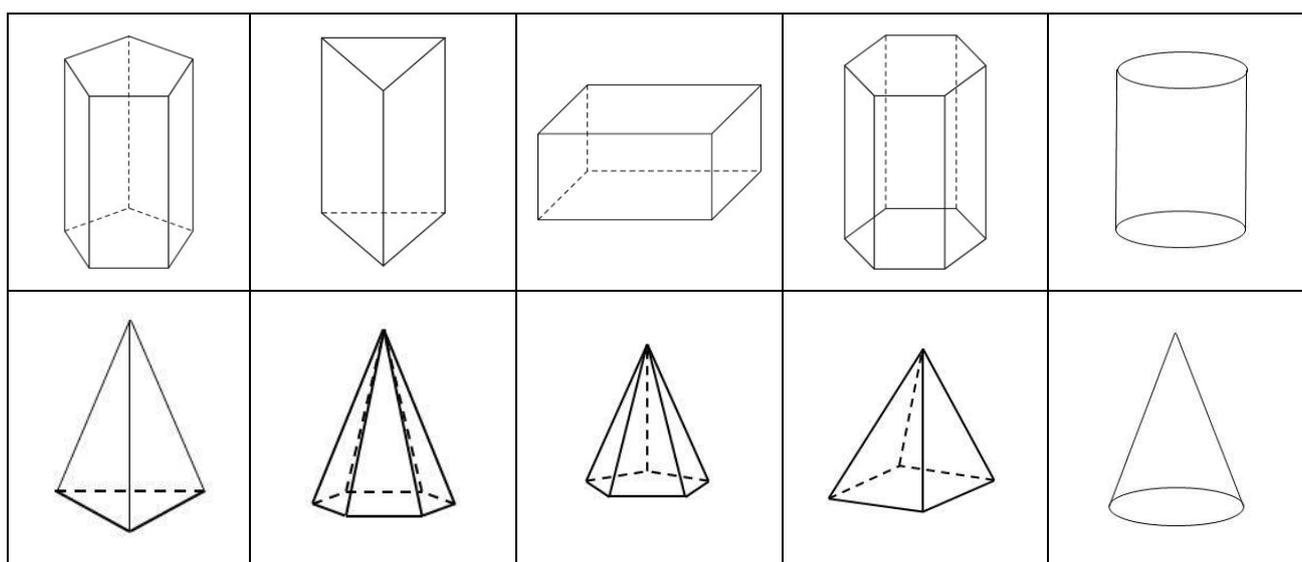
Solicitar à turma que se divida em até dez grupos e entregar, aleatoriamente, uma ficha (entre as abaixo) para cada grupo com as características de números de base, vértices, arestas e faces de uma figura geométrica espacial que corresponderá à figura que representará cada grupo.

Número de bases: 2 Número de vértices: 10 Número de arestas: 1 Face lateral: quadrilátero	Número de bases: 2 Número de vértices: 6 Número de arestas: 9 Face lateral: quadrilátero	Número de bases: 2 Número de vértices: 8 Número de arestas: 12 Face lateral: quadrilátero	Número de bases: 2 Número de vértices: 12 Número de arestas: 18 Face lateral: quadrilátero	Número de bases: 2 Número de vértices: 0 Número de arestas: 0 Face lateral: arredondada
--	---	--	---	--

Número de bases: 1 Número de vértices: 4 Número de arestas: 6 Face lateral: triangular	Número de bases: 1 Número de vértices: 7 Número de arestas: 12 Face lateral: triangular	Número de bases: 1 Número de vértices: 6 Número de arestas: 10 Face lateral: triangular	Número de bases: 1 Número de vértices: 5 Número de arestas: 8 Face lateral: triangular	Número de bases: 1 Número de vértices: 1 Número de arestas: 0 Face lateral: arredondada
---	--	--	---	--

Fichas com número de bases, vértices, arestas e faces de dez figuras geométricas espaciais.

Cada grupo deverá procurar entre as outras fichas abaixo, qual figura geométrica espacial corresponde as características descritas na ficha do grupo e anotar o nome dessa figura. A figura geométrica espacial de cada grupo será a figura que construirão. Também será o formato da moldura (perímetro) e, por isso, deverão guardar as fichas para posterior consulta.



Ilustrações elaboradas pelo autor

Fichas com imagens de dez figuras geométricas espaciais.

Nesta primeira aula do projeto, é importante destacar, também, que poderão convidar amigos, familiares e outras turmas para a exposição.

Em seguida, solicitar a cada estudante que responda às seguintes questões como reflexão para uma autoavaliação inicial:

1. Entendi a proposta desse projeto e mostrei interesse?
2. Concordei com o cronograma e, se não concordar, falarei minhas opiniões de maneira respeitosa?
3. Esclareci minhas dúvidas?
4. Soube ouvir com atenção e respeito à opinião dos meus colegas e a do professor?
5. O que terei de fazer para colaborar com o projeto?

Para encerrar esta aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: pesquisa e discussão sobre fotografia.

Aula 2: Pesquisa sobre fotografia

Na Aula 2 do projeto, os estudantes devem se organizar em seus grupos, conforme divisão realizada na Aula 1, para realizar a pesquisa sobre fotografia. Eles poderão consultar como fonte de pesquisas: livros, revistas e, se possível, museus ou *sites* que informam como as fotografias eram reveladas. Esses dados são importantes, pois como trabalharão com fotografias antigas e atuais, faz-se necessário enfatizar a importância do papel da fotografia no registro histórico.

Para esta etapa, inicialmente informar aos estudantes que devem anotar todas as fontes de pesquisa que utilizarem, registrando o nome dos autores, e o local de referência da pesquisa, bem como a data. Finalizada a pesquisa, podem discutir as respostas obtidas com outros grupos.

Questões para orientação das pesquisas:

1. Como eram feitos os registros de imagens antes das câmeras fotográficas?
2. Em que ano surgiram as primeiras câmeras fotográficas (analógicas e digitais)?
3. De maneira breve, explique como eram e como são reveladas as fotografias tiradas com câmeras analógicas e digitais. Sobre isso, considere que, para revelar fotografias, utiliza-se 1,35 L de líquidos (água e produtos químicos), em um recipiente e responda: no mínimo, quantos centímetros cúbicos um recipiente deverá ter para caber a quantidade de líquido necessária para revelar uma foto nestas condições?

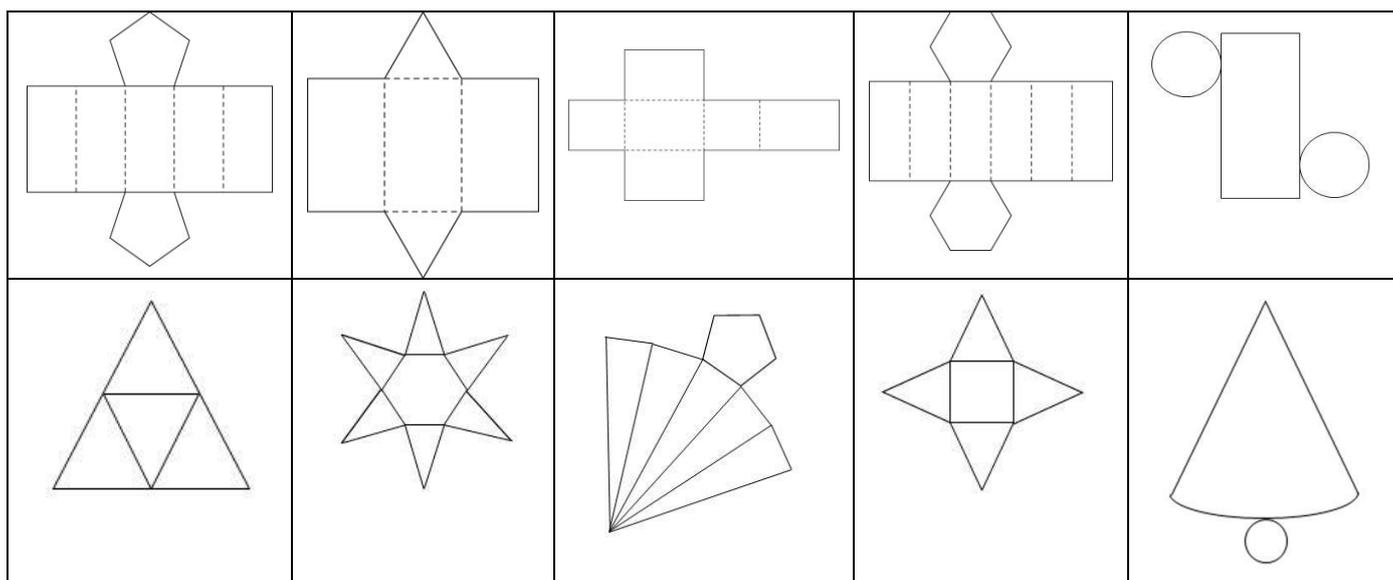
Sabendo que 1 L corresponde a 1 000 cm³, os estudantes devem multiplicar 1,35 por 1 000, obtendo assim 135 000 cm³.

4. Como eram e como são, agora, ampliadas as fotos?
5. Analisando as datas das fotografias pesquisadas, é mais provável que cada uma delas tenha sido tirada com uma câmera digital ou analógica?
6. Pesquisar imagens de máquinas fotográficas atuais e antigas. Se possível, aqueles que tiverem, poderão levá-las no dia da exposição.

Para encerrar esta aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: construir figuras geométricas espaciais.

Aula 3: Construção das figuras geométricas espaciais

Os estudantes devem se organizar em seus grupos e o professor deve entregar os materiais (papéis cartão de diferentes cores, tesoura, cola, instrumentos de medida de ângulo e régua) para construírem suas figuras geométricas espaciais. Para a realização desta atividade, o professor também deve entregar, a cada grupo, os modelos (a seguir) da planificação destas figuras. Inicialmente os alunos deverão identificar qual planificação corresponde à figura geométrica do seu grupo para depois realizar a ampliação da imagem em papel-cartão.



Ilustrações elaboradas pelo autor

Moldes da planificação de dez figuras geométricas espaciais.

Os alunos deverão utilizar um esquadro para medir os ângulos e uma régua para medir os lados e definir de quantas vezes será a ampliação. Em seguida, fazer o desenho da figura ampliada no papel cartão. Para construir, podem fazer o desenho por faces, deixando abas em todas as laterais para colar formando a figura geométrica espacial, seguindo a proporcionalidade das medidas. Por exemplo, no prisma de base pentagonal, notar que os lados dos dois pentágonos devem ter as mesmas medidas do lado menor do retângulo. Seguir o mesmo raciocínio para os demais prismas e pirâmides. Para cilindro e cone, sugerir que construam por último as bases circulares, para poderem medir com a outra parte cortada primeiro.

A seguir, segue um exemplo de ampliação para a base pentagonal:

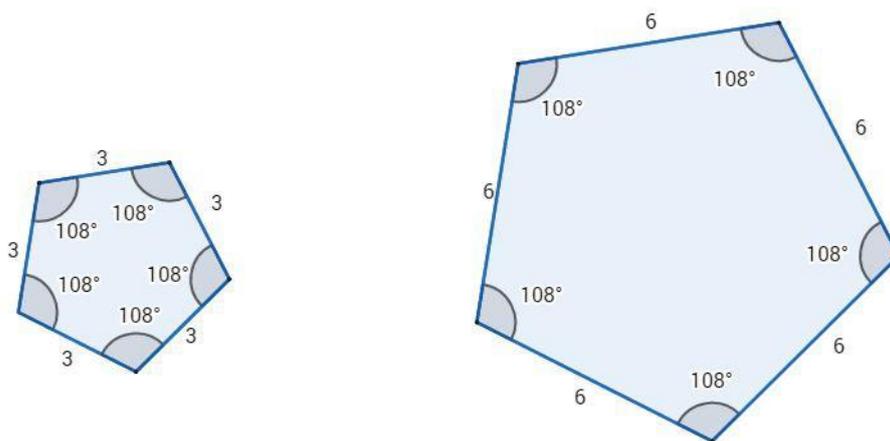


Ilustração elaborada pelo autor

Exemplo de ampliação de um pentágono.

Pode ser sugerido uma cor para todos os grupos ou podem utilizar papéis-cartão coloridos. Solicitar a cada grupo que corte duas faces laterais a mais (de cores diferentes), para levarem para a Aula 4. Cuidar para que durante essa etapa não ocorram acidentes. Lembrá-los de não usarem medidas muito pequenas para que o espaço seja suficiente, de modo que a fotografia pesquisada pelo grupo (na Aula 5) e as informações que serão coladas (na Aula 8) fiquem visíveis.

Para encerrar esta aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: medir e calcular perímetro da moldura, cortar material para a moldura e calcular área máxima da foto. Lembrá-los para não esquecerem de levar as duas faces a mais que cortaram, para a próxima aula.

Aula 4: Definição da área e do perímetro

Cada grupo deverá construir duas molduras com as duas faces que foram cortadas a mais na aula anterior. Elas servirão para as fotografias escolhidas pelos grupos, sendo que uma será para a mais antiga e a outra para a mais recente. Pode ser sugerido que a largura da moldura seja entre 1 cm e 2 cm. Usar como referência de largura e comprimento da moldura, as medidas do tamanho da face lateral da figura espacial construída. Abaixo, exemplo de moldura:

Ilustração elaborada pelo autor



Figura 1



Figura 2

Figura 1: Representação de moldura de uma face quadrangular em papel-cartão. Figura 2: Representação de parte cortada da face quadrangular indicando tamanho máximo que a foto poderá ter em relação à figura espacial construída.

Para definir o tamanho máximo das fotos, deve ser considerado o tamanho da impressão (área) que deverá ser de, no máximo, do tamanho de uma folha de papel sulfite A4 deixando uma margem de 1 cm (como mostrado na figura abaixo).

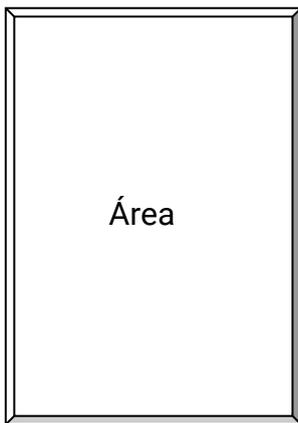


Ilustração elaborada pelo autor

Representação de folha de papel sulfite com margem de 1 cm indicando a área.

Em seguida, completar a seguinte tabela com as informações obtidas, sendo que as 4 últimas linhas serão preenchidas somente na Aula 6.

Medidas a serem consideradas para ampliação da fotografia	
Material medido	Medidas
Face lateral	Altura: Comprimento: Perímetro:
Folha de papel sulfite	Altura: Comprimento: Área:
Tamanho máximo da fotografia	Altura: Comprimento: Área:
Fotografia 1 original	Altura: Comprimento: Área:
Fotografia 2 original	Altura: Comprimento: Área:
Fotografia 1 ampliada	Altura: Comprimento: Área:
Fotografia 2 ampliada	Altura: Comprimento: Área:

Definida a área máxima para as fotografias, o professor deve avisar que essa área é a medida que deverá ser usada na Aula 6 para eles realizarem a ampliação de suas imagens.

Para encerrar esta aula, destacar a atividade que será desenvolvida na aula seguinte: pesquisar a fotografia e respectivas informações.

Aula 5: Pesquisa das fotografias e respectivas informações

Nesta Aula 5, os alunos devem se organizar em grupos. A atividade de pesquisa consiste em obter duas imagens de um mesmo espaço público de uma cidade brasileira, que representem transformações ocorridas ao longo do tempo. Incentive-os a buscar uma referência da própria cidade onde vivem para que observe as mudanças ocorridas com o passar dos anos.

Para obter as informações, os alunos deverão pesquisar em livros e/ou internet. Se possível, reserve para utilização em sala de aula, alguns livros de história de alguma cidade ou de arquitetura, ou ainda, reportagens e dados disponíveis na prefeitura da cidade, que podem ser reproduzidos. Outra alternativa, é fazer essa pesquisa na internet e, para isso, lembre-se de reservar a sala de informática previamente.

Durante o desenvolvimento dessa atividade, observar se todos os integrantes dos grupos estão colaborando, se estão conseguindo obter tais fotos e orientar nas pesquisas.

Para evitar a duplicidade da escolha dos espaços públicos, sugerir a cada grupo que escolha suas fotografias e lhe informe. Na lousa, faça uma lista com os nomes dos integrantes de cada um dos grupos e, assim que eles forem escolhendo, registre para todos da turma a escolha. Caso outro grupo queira utilizar a mesma imagem, oriente-os a pesquisar outro espaço público.

Para completar a pesquisa, lembre-os de registrar as referências das fotografias escolhidas (nome dos autores, local de onde a informação foi retirada e data da pesquisa). Para auxiliá-los, peça que respondam às seguintes questões orientadoras:

1. A fotografia corresponde a qual região do Brasil (Norte, Nordeste, Centro-Oeste, Sul ou Sudeste), a qual estado, e a qual cidade?
2. De quais anos são as imagens?
3. Qual a diferença entre os anos?
4. Quais transformações podem ser observadas?
5. Quais as principais características do local da fotografia, por exemplo, é um ponto turístico da cidade? Possui alguma importância histórica? É um patrimônio cultural etc.?

Essa pesquisa será utilizada na Aula 7.

Ao fim desta aula, o professor deve lembrar aos alunos de levarem para a Aula 5 as fontes onde obtiveram as fotografias para poderem consultá-las novamente. E, o professor deverá levar um arquivo de mídia para salvar as fotografias ampliadas de cada grupo, ou uma pasta com as pesquisas impressas, se for o caso.

Para encerrar essa aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: o professor levará todas as fotografias ampliadas conforme os tamanhos registrados na Aula 4, utilizando as referências de cada um dos grupos, os alunos localizarão no mapa do Brasil as cidades referentes às imagens de transformações de espaços públicos no mapa. Com base nessa localização, indicar e calcular o perímetro entre essas cidades e realizar uma autoavaliação.

Aula 6: Localizando cidades no mapa e calculando perímetro

Nesta Aula 6, os estudantes devem calcular e indicar no mapa o perímetro entre as cidades das fotografias dos grupos. Para tanto, pode ser utilizado um mapa que estiver disponível na escola e que possa ser rabiscado. Esse mapa deverá ter escala para que os grupos possam obter o perímetro e a distância entre as cidades.

Primeiramente, cada grupo deve localizar no mapa a cidade com a qual está trabalhando. Em seguida, riscar com caneta ou colocar fita adesiva ou ainda utilizar algum tipo de marcador para indicar o perímetro, percorrendo por todas as cidades escolhidas pelos grupos. Por isso, nesse momento, é importante o professor esclarecer dúvidas sobre esses conceitos, destacando, por exemplo, que o perímetro deve ser marcado na forma de um polígono, como pode ser observado no mapa a seguir, com um exemplo da indicação do perímetro entre as cidades de Fortaleza, Manaus, Porto Velho, São Paulo, Brasília e Salvador. Com base na escala disponível no mapa, os alunos deverão utilizar a régua para determinar o perímetro entre as cidades e o total de todas elas.

Mapa político do Brasil



Allmaps

Fonte: GIRARDI, Gisele; ROSA, Jussara Vaz. **Atlas geográfico do estudante**. São Paulo: FTD, 2011.

Exemplo de mapa com perímetro marcado em linha vermelha.

Nesta aula, deverão também refletir como autoavaliação até esta etapa do projeto, sobre as seguintes questões, assinalando com um X no item que melhor se identificar quanto a sua atitude: ótima ou que pode melhorar:

Atitudes como aluno	Ótima	Pode melhorar
Participação no grupo, contribuindo nas atividades		
Respeito com todos os envolvidos no projeto		
Responsabilidade nos acordos estabelecidos		
Atenção e dedicação durante as atividades		

No final da aula, o professor deverá comentar que na próxima aula irá levar as figuras geométricas espaciais e as fotografias de cada grupo. E que os alunos deverão levar as molduras e as faces de papel-cartão para colarem as fotografias.

Para encerrar esta aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: colar as fotografias e a moldura na figura geométrica espacial.

Aula 7: Colar imagens e informações

Nesta Aula 7, os estudantes devem se organizar em seus grupos e o professor deve entregar os materiais (fotografias impressas das transformações em espaços públicos de cidades, cola e figuras geométricas espaciais construídas por eles) para que cole as fotografias nas faces das figuras geométricas de papel cartão, de modo que as fotos fiquem centralizadas, considerando a moldura que também será colocada. No caso do cilindro ou do cone, colar as duas fotografias na mesma altura deixando uma ao lado da outra com uma pequena distância entre eles.

Feito isto, devem colar as molduras em cada uma destas fotografias. Em seguida, devem também colar as informações pesquisadas, distribuindo os textos por todas as outras faces da figura geométrica espacial.

Após essas etapas, cada grupo deverá discutir como apresentarão, no dia da exposição, as informações expostas nessas figuras espaciais e o que cada integrante do grupo irá apresentar. Nesse momento, é importante que o professor destaque que, primeiramente, o grupo deve definir o que precisa ser apresentado.

No final desta aula, o professor deverá lembrar de levar o mapa para a próxima aula e as figuras geométricas espaciais com as fotografias e as informações coladas, de cada grupo.

Para encerrar a aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: corrigir ou finalizar alguma atividade de etapas anteriores e planejar o dia da exposição.

Aula 8: Correções e/ou finalizações de etapas anteriores

Nesta Aula 8, os alunos devem se organizar em grupos, podendo finalizar alguma das etapas do projeto que não tenham conseguido concluir, por exemplo, confecção de suas figuras geométricas espaciais ou da moldura ou, ainda, concluir as pesquisas.

Em seguida, devem definir onde e como será organizada a sala da exposição, definindo a ordem em que cada grupo apresentará. Para tanto, pode-se sugerir o seguinte: organizar as mesas em dois corredores no meio da sala forrá-las com folhas de papel crepom e sobre elas colocar as figuras geométricas espaciais com as fotografias e as informações coladas. Caso algum aluno tenha levado câmeras fotográficas, utilizar também esse espaço para deixá-las em exposição. O mapa poderá ser pendurado em alguma parede ou poderá ser colocado sobre outras mesas, também forradas com folhas de papel crepom.

Quanto a ordem das apresentações, o professor pode fazer papéis com números de 1 até a quantidade de grupos e solicitar a um representante de cada grupo que escolha um desses papéis, sendo que o número sorteado corresponderá à ordem das apresentações.

Para encerrar essa aula, destacar as atividades que serão desenvolvidas na aula seguinte: arrumar a sala da exposição, realizar a exposição, realizar uma autoavaliação e reorganizar o espaço após a exposição.

Aula 9: Exposição

Nesta Aula 9, ocorrerá a exposição, por isso os alunos devem arrumar a sala da exposição, como combinado na aula anterior. Em seguida, devem informar aos convidados que a exposição pode ser iniciada.

Cada grupo deverá fazer uma breve apresentação sobre as fotografias com as quais trabalharam, seguindo a ordem também combinada na Aula 8. Após todos os grupos terem apresentado, os convidados podem circular livremente pela sala, observando as imagens, as figuras geométricas espaciais, as câmeras fotográficas (se houver), e o mapa, para analisarem as criações artísticas de cada grupo.

Encerrada a exposição, a classe deverá ser reorganizada dispondo as cadeiras em formato circular. Neste momento, deverá ser feita uma autoavaliação. Cada estudante deverá falar um pouco sobre suas percepções do trabalho, analisando as transformações de espaços públicos ao longo dos anos; o que consideraram mais difícil no desenvolvimento deste projeto; sobre quais conceitos matemáticos do trimestre eles conseguiram identificar e em quais etapas foram trabalhados.

Avaliação

Aula	Proposta de avaliação
1	Valorizar o respeito e a ordem ao ser discutido o cronograma. Verificar compreensão das ideias gerais do projeto. Observar a organização dos alunos em grupos. Verificar o reconhecimento das figuras geométricas espaciais. Analisar a autoavaliação individual, por meio das respostas das questões para reflexão. Avaliar a contribuição individual para que o cronograma seja seguido.
2	Avaliar o grupo, quanto à pesquisa e discussão sobre fotografia. Observar se estão resolvendo o cálculo de volume corretamente. Avaliar o grupo, quanto ao respeito entre o próprio grupo e entre os outros grupos durante a discussão das respostas das questões orientadoras. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas por cada grupo para solucionar eventuais problemas. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.
3	Verificar a organização dos alunos para se reunirem com seus grupos. Verificar se os alunos estão fazendo as medidas corretamente das faces das figuras. Analisar se as ampliações das faces estão corretas. Analisar a construção das figuras geométricas. Averiguar se a opinião de todos os integrantes está sendo considerada. Avaliar a organização durante a preparação do material. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas por cada grupo para solucionar eventuais problemas. Valorizar a participação dos estudantes esclarecendo dúvidas. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.
4	Verificar a organização dos alunos para se reunirem com seus grupos. Verificar se os alunos estão fazendo as medidas corretamente das molduras e no papel sulfite. Verificar se os alunos estão fazendo as medidas corretamente da área máxima para fotos. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas por cada grupo para solucionar eventuais problemas. Valorizar a participação dos estudantes esclarecendo dúvidas. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.

5	<p>Verificar a organização dos alunos para se reunirem com seus grupos. Analisar as fotografias escolhidas. Analisar as respostas e discussões sobre as questões orientadoras correspondente aos espaços públicos escolhidos. Avaliar se anotaram corretamente as fontes de pesquisa. Analisar se a opinião de todos os integrantes está sendo considerada. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas por cada grupo para solucionar eventuais problemas. Valorizar a participação dos estudantes esclarecendo dúvidas. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.</p>
6	<p>Verificar a organização dos alunos para se reunirem com seus grupos. Verificar se indicaram o perímetro corretamente no mapa. Analisar como calcularam o perímetro. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas por cada grupo para solucionar eventuais problemas. Valorizar a participação dos estudantes esclarecendo dúvidas. Analisar a autoavaliação. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.</p>
7	<p>Verificar a organização dos alunos para se reunirem com seus grupos. Observar a organização para a colagem das imagens e das informações nas figuras espaciais. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas por cada grupo para solucionar eventuais problemas. Observar as estratégias utilizadas para resolverem conflitos entre o próprio grupo e os outros grupos. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.</p>
8	<p>Verificar a organização dos alunos para se reunirem com seus grupos. Analisar se estão aproveitando o tempo para corrigir ou finalizar etapas. Observar organização do planejamento para o dia da exposição. Observar se todos os integrantes estão participando ativamente. Analisar as estratégias utilizadas pelos grupos para solucionar eventuais problemas. Valorizar a participação dos estudantes esclarecendo dúvidas. Avaliar a contribuição para que o cronograma seja seguido.</p>
9	<p>Verificar a pontualidade dos grupos. Verificar se levaram todos os materiais necessários. Observar a organização do espaço. Analisar as apresentações durante a exposição. Analisar a autoavaliação. Verificar o respeito entre os estudantes e entre estes e os convidados. Observar reorganização do espaço.</p>

Avaliação final

Solicitar aos alunos que comentem o que acharam das atividades realizadas, quais impressões tiveram quanto ao seu desempenho na organização e participação de uma exposição considerando: as pesquisas realizadas, a escolha de fotografias de transformações de espaços públicos brasileiros ao longo dos anos, os cálculos de área, as medidas de perímetro, o comprimento e ângulos realizados, a confecção das figuras geométricas, a localização de cidades no mapa, o trabalho em equipe e a socialização do conhecimento adquirido. Solicitar que indiquem dois pontos que consideram que foram valiosos para a sua formação acadêmica e social e dois pontos que poderiam ser mudados ou melhorados no projeto, com sugestão de alterações.

Quanto à prática pedagógica, o professor deve avaliar a ocorrência de influências externas ou eventos externos favoráveis ou desfavoráveis à obtenção dos resultados e como foram as interações com os alunos. Descrever quais foram as dificuldades na implantação do projeto e quais foram as suas causas, apontando as medidas adotadas para superar os obstáculos. Avaliar, ainda, se o cronograma estava adequado em tempo e organização de atividades para a implantação do projeto e se os objetivos definidos no início foram alcançados.

Referências bibliográficas complementares

- **Nova escola. Cópia de figuras geométricas em papel quadriculado.** Neste vídeo, é apresentada uma atividade na qual os estudantes devem fazer uma cópia de figuras geométricas em papel quadriculado, podendo perceber, assim, as respectivas características. Disponível em: <<https://novaescola.org.br/conteudo/4066/copia-de-figuras-geometricas-em-papel-quadriculado>>. Acesso em: 29 jan. 2018.
- **Mapa-Brasil.** Nesse endereço eletrônico, há um mapa do Brasil com as capitais de todos os estados. Disponível em: <https://res.cloudinary.com/geekie/image/upload/v1/organizations/agpzfmdlZWtpZWlkchkLEgxPcmdhbml6YXRpb24YglCAvtHhyAgM/mapa_Brasil_cqh61q.png>. Acesso em: 29 jan. 2018.
- **Fotos exibem o “antes e depois” do desenvolvimento urbano de Goiânia.** Nessa página, há fotos de regiões brasileiras em diferentes anos que podem ser utilizadas pelos alunos. Disponível em: <<http://g1.globo.com/goias/noticia/2011/10/fotos-exibem-o-antes-e-depois-do-desenvolvimento-urbano-de-goiania.html>>. Acesso em: 29 jan. 2018.
- **Galeria de imagens de espaços urbanos.** Nesse *link* estão disponíveis diversas fotos de espaços públicos em diferentes anos que podem ser utilizadas pelos alunos. Disponível em <<http://www.urb-i.com/antes-depois>> Acesso em: 10 jan. 2018.
- **Google Maps.** Google Maps é um serviço de mapas da internet que oferece imagens de satélites e mapas de ruas com visão panorâmica, o que permite que sejam pesquisadas imagens de espaços públicos específicos. Disponível em: <<https://www.google.com.br/maps>>. Acesso em: 29 jan. 2018.

- **MIS – Museu da imagem e do som.** O acervo do Museu da Imagem e do Som de São Paulo, instituição da Secretaria de Estado da Cultura, inaugurado em 1970, conta com mais de 200 mil itens como fotografias, filmes, vídeos e cartazes, desenvolvendo projetos de formação crítica para alunos, professores e público geral através de visitas mediadas, oficinas, cursos, palestras e diversas outras ações; por exemplo, a exposição sobre máquinas fotográficas. Disponível em: <<http://www.mis-sp.org.br/icox/icox.php?mdl=mis&op=exposicoes&activity=0&tmis=Programa%E7%E3o>>. Acesso em: 29 jan. 2018.
- **Jogos Matemáticos – 5º ano.** Neste material, são apresentadas propostas de jogos para 3º, 4º e 5º anos, de diferentes conteúdos de Matemática. Disponível em: <<https://jucienebertoldo.files.wordpress.com/2013/02/jogos-matemc3a1ticos-3c2ba-a-5c2ba-ano-vol-2.pdf>>. Acesso em: 29 jan. 2018.

1ª sequência didática: Prismas, pirâmides, cilindros e cones

Serão abordados prismas, pirâmides, cilindros e cones, nomeando e comparando suas características e relacionando-as as suas representações planas e espaciais.

Relação entre BNCC, objetivos e conteúdos

Objeto de conhecimento	Figuras geométricas espaciais: reconhecimento, representações, planificações e características
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> • (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.
Objetivos de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> • Analisar características de figuras geométricas espaciais. • Reconhecer figuras geométricas espaciais por suas características e denominação. • Associar figuras geométricas espaciais a suas planificações. • Comparar figuras geométricas espaciais.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Características de figuras geométricas espaciais • Nomes de figuras geométricas espaciais • Planificações de figuras geométricas espaciais • Comparação de figuras geométricas espaciais

Materiais e recursos

- Lápis de cor
- Tesoura com pontas arredondadas
- Cola
- 1 folha de papel sulfite com as atividades impressas (Etapa 1 e Etapa 2) para cada dupla
- 1 folha de papel sulfite com as atividades impressas (Etapa 3 e Etapa 4) para cada dupla

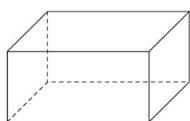
Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 2 aulas

Aula 1

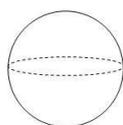
Esta sequência didática será composta de quatro etapas: duas em cada aula.

- **Etapa 1:** Solicitar aos alunos que, individualmente, em seus cadernos, resolvam o seguinte exercício de reconhecimento de figuras geométricas espaciais, associando seu nome a sua representação:



Cilindro

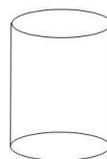
Ilustrações elaboradas pelo autor



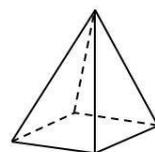
Pirâmide



Esfera

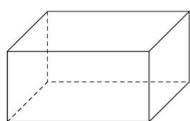


Cone



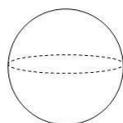
Prisma

Resposta sugerida:



Prisma

Ilustrações elaboradas pelo autor



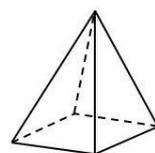
Esfera



Cone



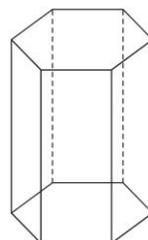
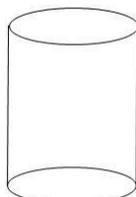
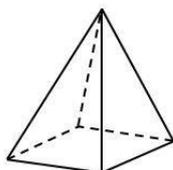
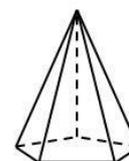
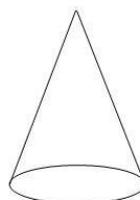
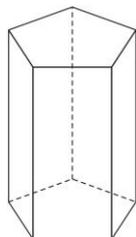
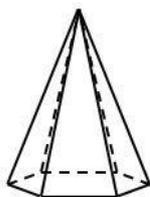
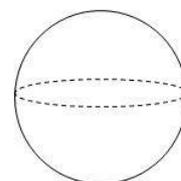
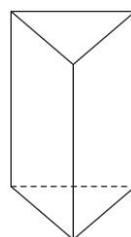
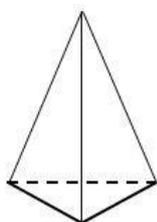
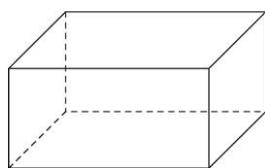
Cilindro



Pirâmide

- **Etapa 2:** Solicitar que se organizem em duplas, entregar uma folha de papel sulfite com as atividades que seguem a seguir e solicitar que coloquem o nome dos dois integrantes.

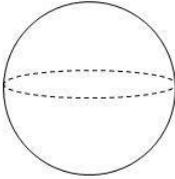
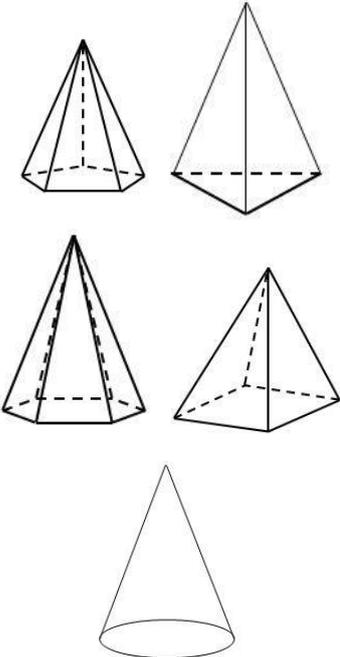
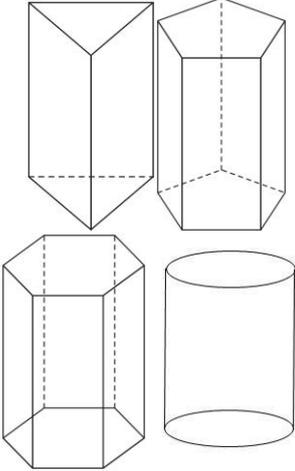
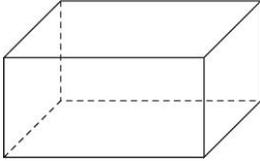
1. Recorte as imagens a seguir e cole-as em grupos conforme o número de bases:



Ilustrações elaboradas pelo autor

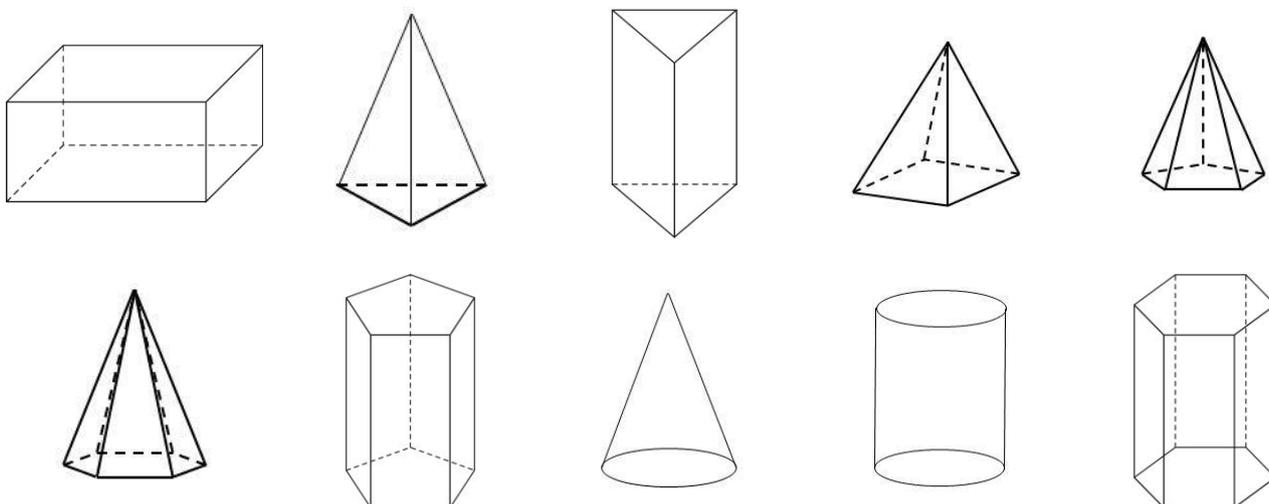
Resposta sugerida:

Destacar que esferas não possuem bases, portanto:

0 bases	1 base	2 bases	6 bases
			

Ilustrações elaboradas pelo autor

2. Circule na cor verde as figuras geométricas espaciais que têm face lateral quadrangular, na cor vermelha as que têm face lateral triangular e na cor azul as que têm face lateral arredondada e faça uma legenda para cada uma dessas cores, informando qual representa prismas, pirâmides, cones e cilindros:



Ilustrações elaboradas pelo autor

Resposta sugerida:

Circulado de azul: cone e cilindro;

Circulado de verde: prismas;

Circulado de vermelho: pirâmides.

Durante essas atividades, caminhar entre as mesas para verificar se as duplas necessitam de algum auxílio ou se você consegue identificar alguma dúvida de outra natureza. Caso verifique algum erro nas discussões ou anotações dos alunos, explicar à turma os conceitos necessários.

Ao finalizarem as atividades, solicitar que apresentem as respostas. Nesse momento, é interessante estimular os alunos a falarem os nomes dos poliedros e dos corpos redondos corretamente. Ao final, recolher as atividades das duplas.

Avaliação

Com as atividades realizadas nesta aula, verificar os conhecimentos prévios dos alunos quanto ao reconhecimento de poliedros e corpos redondos.

A observação durante a discussão das duplas enquanto resolvem os exercícios pode ser um instrumento avaliativo para verificar a compreensão, as dúvidas e/ou erros sobre esses conceitos. Com a atividade entregue pelos alunos sobre o agrupamento de figuras geométricas espaciais, aprofundar a verificação quanto à percepção dos alunos sobre a comparação de prismas, pirâmides, esferas, cones e cilindros.

Além disso, o trabalho em duplas permite aos alunos que discutam entre si suas respostas e cheguem a conclusões que podem ser discutidas na aula seguinte, pois o professor deverá avaliar nas apresentações as dificuldades que os alunos podem apresentar ao trabalharem com esses temas.

Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldades em alguma atividade, procurar delimitar a dúvida e auxiliá-lo nessa superação. Em caso de dificuldades sobre reconhecimento de alguma das figuras geométricas espaciais, solicitar ao aluno que observe objetos do seu dia a dia que lembrem o poliedro, ou o corpo redondo em questão, ou apresentar imagens de objetos que lembrem essas figuras questionando o aluno sobre suas características: número de bases, arestas, vértices, faces arredondadas ou planas, figuras planas que compõem suas faces e bases.

Outra dúvida que pode surgir diz respeito à planificação da esfera. Solicite ao aluno que pegue algum objeto circular como, por exemplo, uma bolinha de isopor e tente contorná-la para desenhá-la em um papel. Assim, o aluno perceberá a impossibilidade de planificá-la.

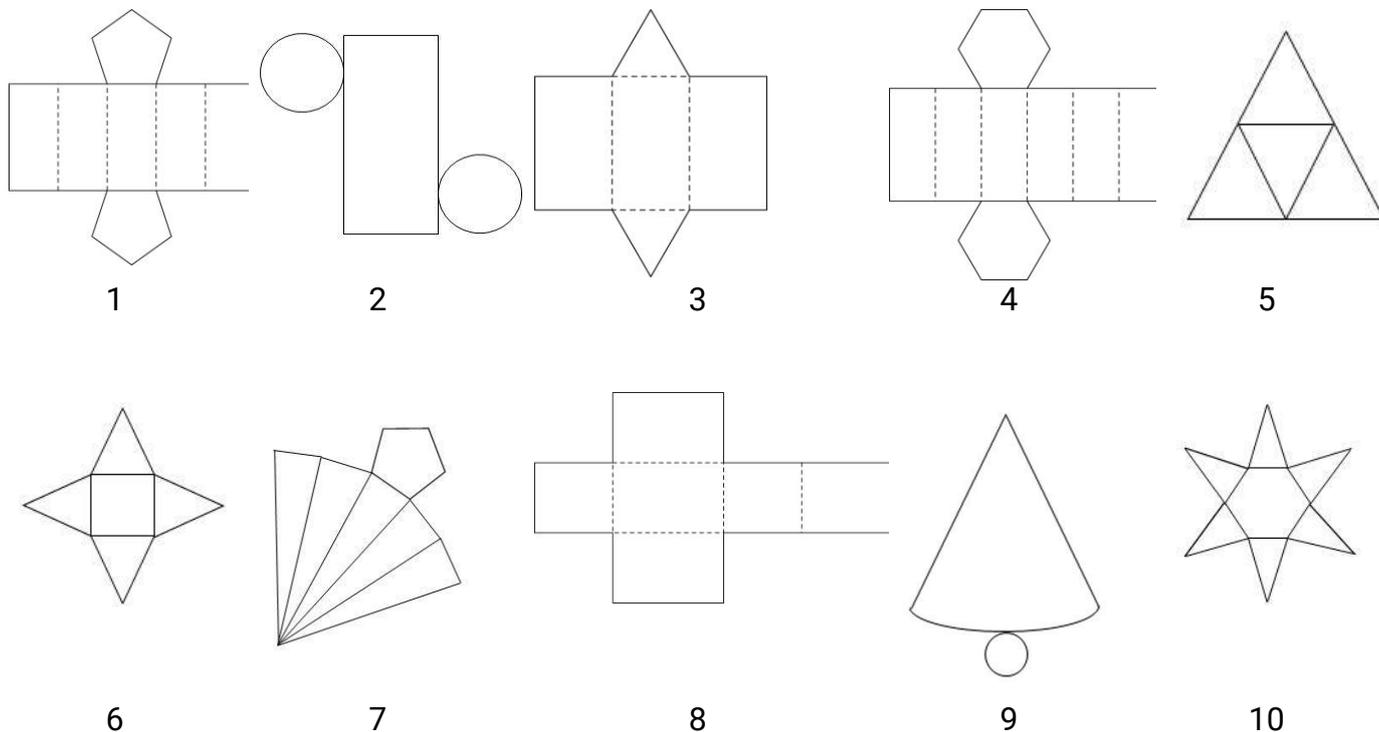
As dificuldades relacionadas à planificação de figuras geométricas espaciais podem ser trabalhadas com o auxílio das figuras geométricas planas que as compõem. Para tanto, com imagens ou recortes das formas geométricas, discutir com o aluno sobre as características de cada figura e depois juntar as peças que formam um prisma, uma pirâmide, um cilindro ou um cone e montar, com o aluno, destacando suas características.

Aula 2

Iniciar esta aula fazendo uma breve revisão utilizando como referência as atividades e discussões realizadas na Aula 1.

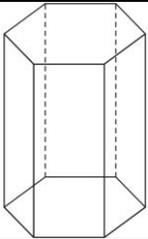
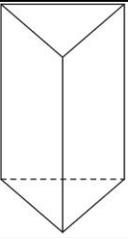
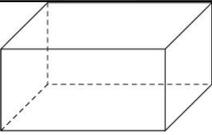
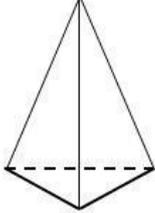
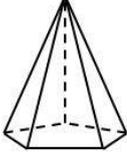
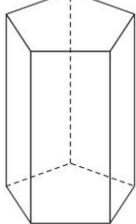
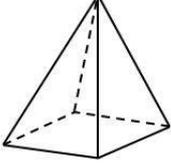
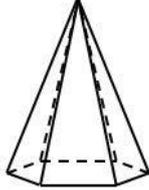
- **Etapa 3:** Para continuar o estudo das figuras geométricas espaciais, solicitar aos estudantes que se organizem em duplas, realizem a atividade a seguir, identificando-as com seus nomes para entregá-la.

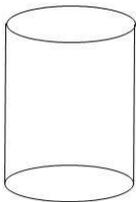
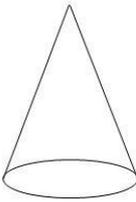
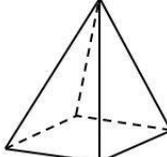
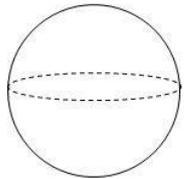
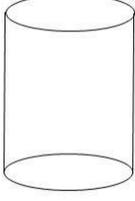
1. Utilizando a numeração de cada imagem que segue, coloque o número da planificação correspondente à figura geométrica espacial e escreva o nome do poliedro ou corpo redondo no espaço reservado:



Ilustrações elaboradas pelo autor

Resposta:

A		Nome: Prisma de base hexagonal Planificação: 4		Nome: Prisma de base triangular Planificação: 3
B		Nome: Prisma de base quadrangular Planificação: 8		Nome: Prisma de base triangular Planificação: 5
C		Nome: Prisma de base pentagonal Planificação: 7		Nome: Prisma de base hexagonal Planificação: 10
D		Nome: Prisma de base quadrada Planificação: 6		Nome: Prisma de base hexagonal Planificação: 10

E		Nome: Cilindro Planificação: 2		Nome: Cone Planificação: 9
F		Nome: Cone Planificação: 9		Nome: Prisma de base quadrada Planificação: 6
G		Nome: Esfera Planificação: não há		Nome: Cilindro Planificação: 2

Ilustrações elaboradas pelo autor

- **Etapa 4:** Em seguida, proponha o seguinte exercício:

2. Escreva uma semelhança e uma diferença em cada caso (A até G), considerando números de arestas, vértices, faces, bases. Classificá-los como prismas, pirâmides, cones, esferas ou cilindros, identificando os polígonos que formam as bases e se as faces laterais são quadrangulares, triangulares ou arredondas.

As respostas que seguem são apenas exemplos, pois para cada item existem outras possibilidades corretas que o aluno pode apresentar.

A) Semelhança: possuem faces laterais formadas por quadriláteros. Diferença: a base do primeiro é hexagonal e do segundo é triangular.

B) Semelhança: são poliedros. Diferença: o primeiro é um prisma e o segundo é uma pirâmide.

C) Semelhança: possuem base pentagonal. Diferença: o primeiro possui seis faces e o segundo possui sete.

D) Semelhança: são pirâmides. Diferença: o primeiro tem oito arestas e o segundo tem doze.

E) Semelhança: possuem base circular. Diferença: o primeiro possui duas bases e o segundo, apenas uma.

F) Semelhança: possuem uma base. Diferença: o primeiro é um cone e o segundo é uma pirâmide.

G) Semelhança: possuem faces arredondadas (rolam). Diferença: o primeiro não possui planificação e o segundo possui.

Ao finalizarem essas atividades, estimule que as duplas apresentem ao restante da turma suas respostas para as questões 1 e 2, observando as diferentes características identificadas por cada grupo ao compararem as figuras geométricas espaciais. No final, solicitar que entreguem a folha de atividades.

Avaliação

Com a análise de planificações de poliedros e corpos redondos, avaliar a compreensão dos alunos quanto ao reconhecimento de prismas, pirâmides, cilindros e cones, nas suas formas planificadas e espaciais, identificando suas características e nomes.

Também pode verificar dificuldades na compreensão de algum desses conceitos, observando as discussões e apresentações das duplas sobre a comparação de semelhanças e diferenças entre figuras geométricas espaciais com base em suas características.

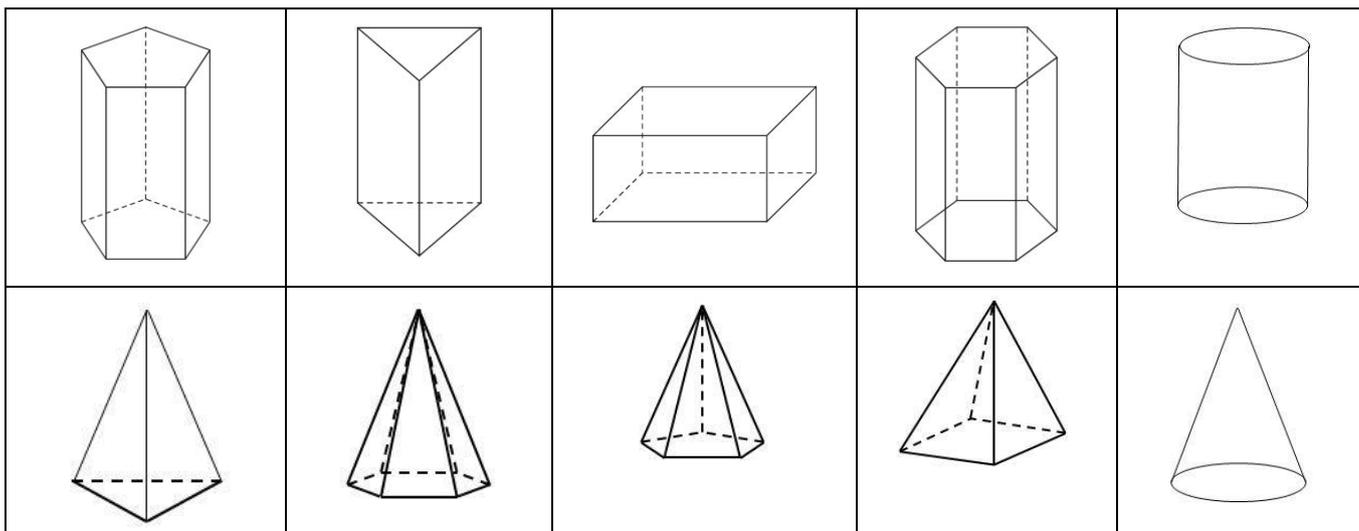
Por fim, analisar as formas avaliativas tanto da Aula 1 quanto da Aula 2. Com base nas falas, atitudes e atividades entregues pelos alunos, buscar indícios de se atingiram ou não os objetivos de aprendizagem associados aos instrumentos e de possíveis erros ou dúvidas comuns que ainda tenham permanecido, para serem revisados ou explicados de maneiras diferentes em aulas futuras.

Ampliação

Propor um jogo da memória que pode ser elaborado em papel-cartão com os modelos de fichas a seguir. Podem ser formados pares com o nome da figura geométrica espacial e sua respectiva representação espacial, com sua representação planificada ou, ainda, com suas características de número de bases, vértices, arestas e face lateral (quadrangular, triangular ou arredondada). Com essas fichas é possível revisar conteúdos, além de proporcionar aos alunos, familiaridade com os poliedros mais comuns.

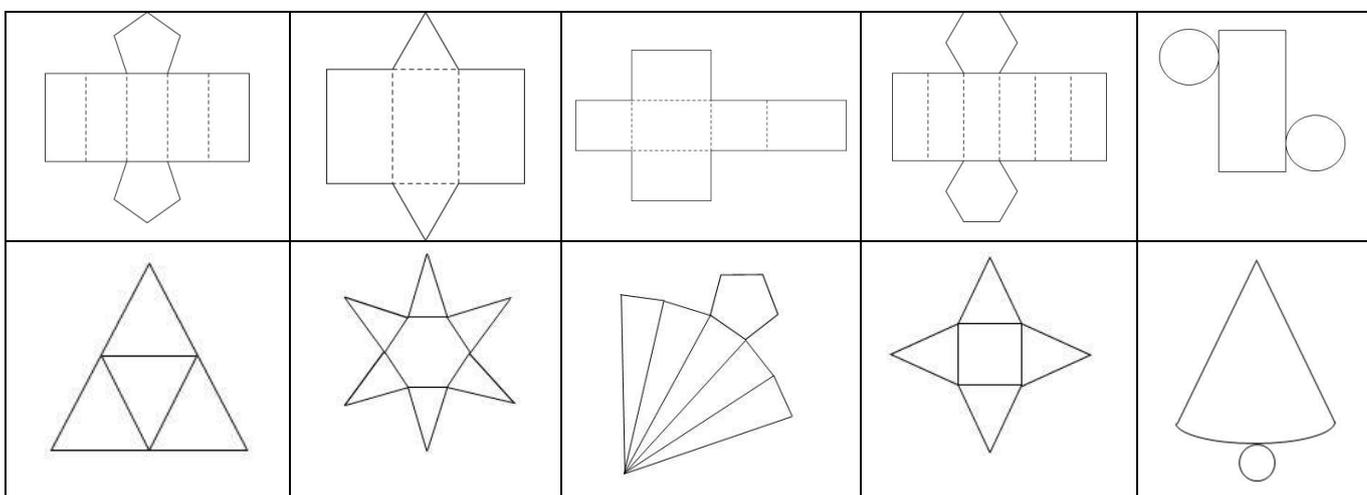
PRISMA DE BASE PENTAGONAL	PRISMA DE BASE TRIANGULAR	PRISMA DE BASE QUADRANGULAR	PRISMA DE BASE HEXAGONAL	CILINDRO
PRISMA DE BASE TRIANGULAR	PRISMA DE BASE HEXAGONAL	PIRÂMIDE DE BASE PENTAGONAL	PIRÂMIDE DE BASE QUADRADA	CONE

Modelos de fichas com nomes dos poliedros e corpos redondos:



Ilustrações elaboradas pelo autor

Modelo de fichas com imagens dos poliedros e corpos redondos:



Ilustrações elaboradas pelo autor

Modelo de fichas com a planificação dos poliedros e corpos redondos:

<p>Número de bases: 2 Número de vértices: 10 Número de arestas: 1 Face lateral: quadrilátero</p>	<p>Número de bases: 2 Número de vértices: 6 Número de arestas: 9 Face lateral: quadrilátero</p>	<p>Número de bases: 2 Número de vértices: 8 Número de arestas: 12 Face lateral: quadrilátero</p>	<p>Número de bases: 2 Número de vértices: 12 Número de arestas: 18 Face lateral: quadrilátero</p>	<p>Número de bases: 2 Número de vértices: 0 Número de arestas: 0 Face lateral: arredondada</p>
<p>Número de bases: 1 Número de vértices: 4 Número de arestas: 6 Face lateral: triangular</p>	<p>Número de bases: 1 Número de vértices: 7 Número de arestas: 12 Face lateral: triangular</p>	<p>Número de bases: 1 Número de vértices: 6 Número de arestas: 10 Face lateral: triangular</p>	<p>Número de bases: 1 Número de vértices: 5 Número de arestas: 8 Face lateral: triangular</p>	<p>Número de bases: 1 Número de vértices: 1 Número de arestas: 0 Face lateral: arredondada</p>

Modelo de fichas com número de bases, vértices, arestas e tipo de face lateral.

2ª sequência didática: Ampliação e redução de figuras poligonais

Serão abordadas figuras poligonais em situações de ampliação e redução, reconhecendo a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes. Para tanto, serão realizadas atividades utilizando malha quadriculada.

Relação entre BNCC, objetivos e conteúdos

Objeto de conhecimento	Ampliação e redução de figuras poligonais em malhas quadriculadas: reconhecimento da congruência dos ângulos e da proporcionalidade dos lados correspondentes
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.
Objetivos de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> Calcular ângulo de figuras geométricas. Identificar ampliação e redução de figuras poligonais. Reconhecer congruência de ângulos de polígonos em situações de ampliação e redução. Reconhecer a proporcionalidade entre lados correspondentes de polígonos em situações de ampliação e redução.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> Ampliação e redução de figuras poligonais Congruência de ângulos de polígonos Proporcionalidade entre lados correspondentes de polígonos

Materiais e recursos

- 1 folha de papel sulfite com a atividade impressa (Etapa 2) para cada dupla
- 1 folha de papel com malhas quadriculadas para cada dupla (Etapa 3)
- 1 folha de papel com malhas quadriculadas para cada aluno (Etapa 1)
- Instrumento de medida de ângulo para cada dupla

Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 2 aulas

Aula 1

Esta sequência didática será composta de três etapas: uma na Aula 1 e duas na Aula 2.

- **Etapa 1:** Solicitar que, em uma folha de papel com malhas quadriculadas, cada dupla coloque seus respectivos nomes e façam as atividades abaixo. É interessante ler as questões inicialmente, deixando claro que para a mesma malha, eles realizarão quatro atividades e que é importante dimensionar bem o uso.

Atividade 1: Quadrados

Observe as figuras dos quadrados desenhados na malha quadriculada e responda às questões a seguir.

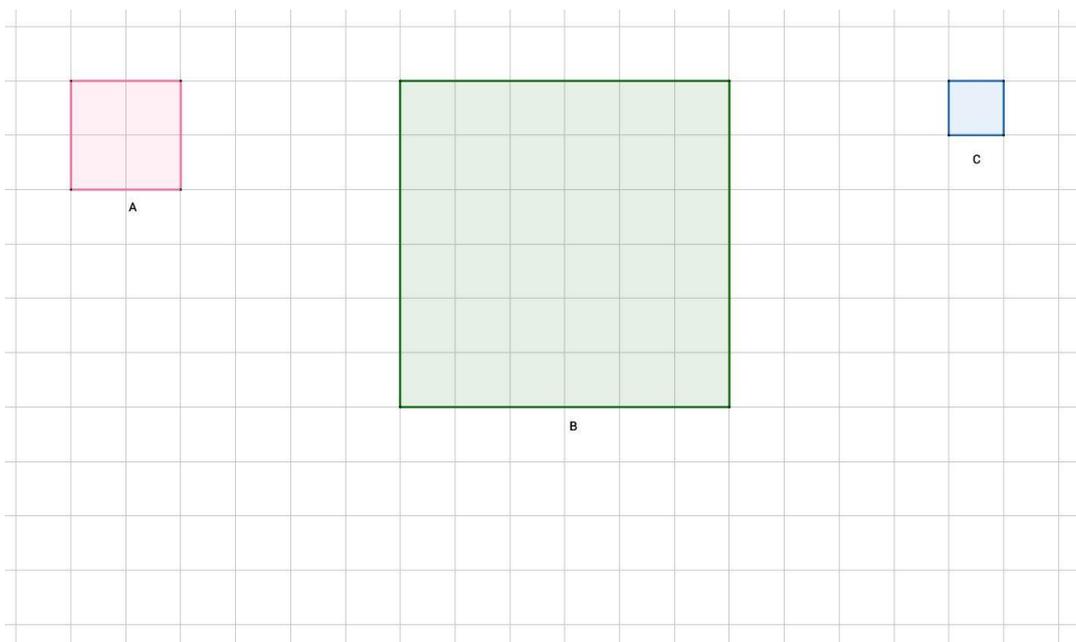


Ilustração elaborada pelo autor

1. Qual das figuras tem três vezes o lado do quadrado A?
O quadrado B tem três vezes o lado do quadrado A.
2. Qual das figuras tem metade do lado do quadrado A?
O quadrado C tem metade do lado do quadrado A.
3. Escreva o valor dos ângulos internos de cada quadrado.
Todos são iguais a 90° . As indicações de ângulos nos quadrados devem ser iguais às ilustradas abaixo:

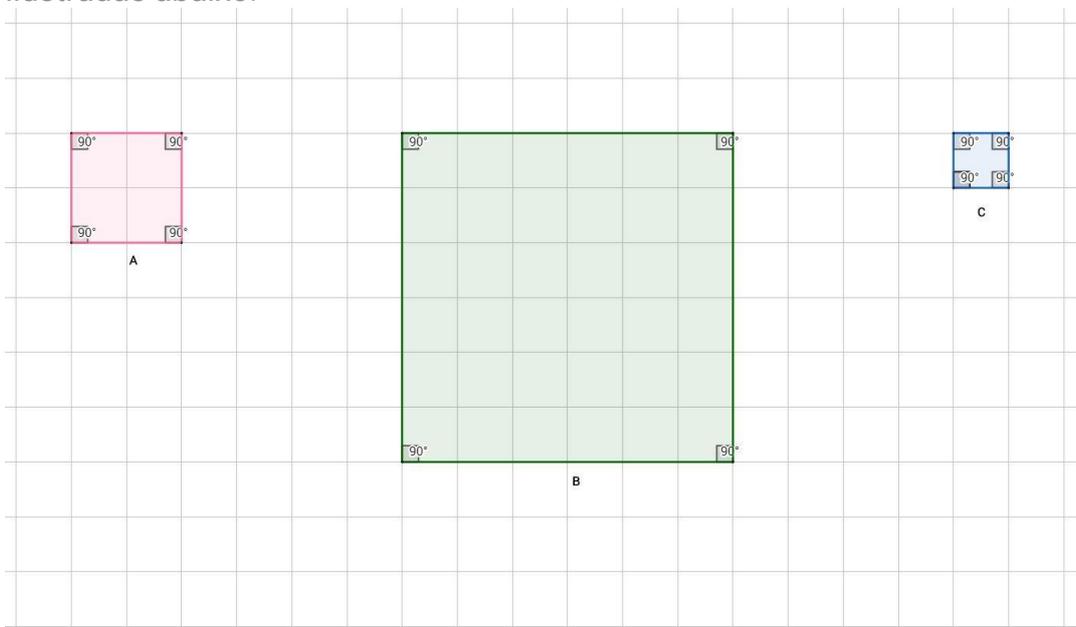


Ilustração elaborada pelo autor

4. Caso você refizesse o desenho de qualquer um dos quadrados, deslocando-o um quadradinho da malha quadriculada para a direita, o que aconteceria com o valor das medidas de ângulo e de lado desse quadrado?

Os alunos devem perceber que as medidas dos lados e dos ângulos não se alteram com a modificação da posição do quadrado.

Atividade 2: Triângulos

Observe as figuras dos triângulos desenhados na malha quadriculada e responda às questões a seguir.

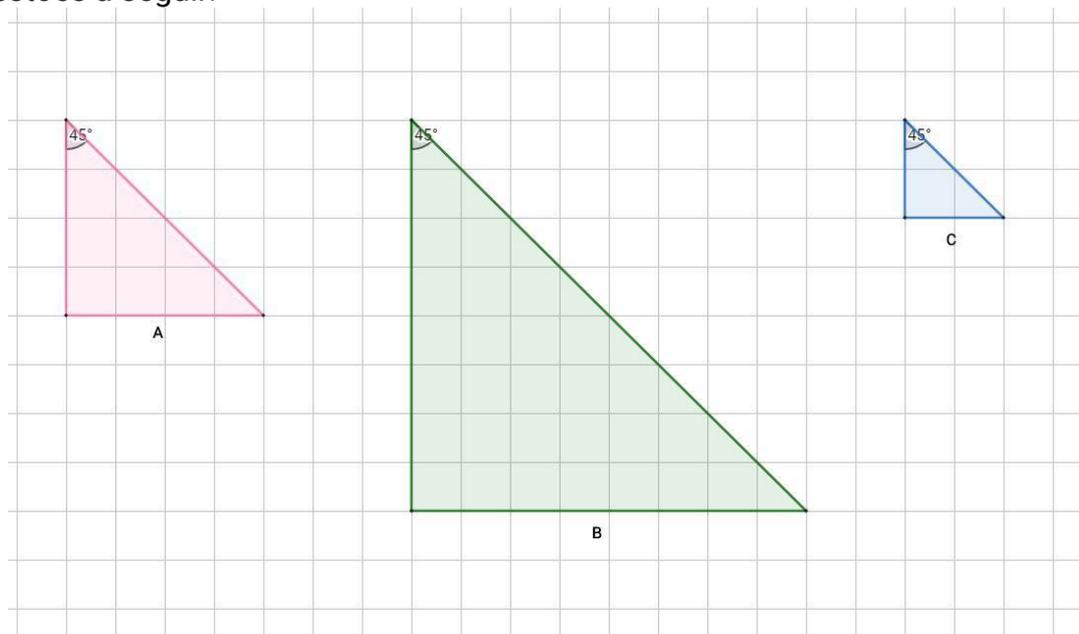


Ilustração elaborada pelo autor

- Qual das figuras possui quatro vezes a medida do comprimento do lado do triângulo C?
O triângulo que possui quatro vezes a medida do comprimento do lado do triângulo C é o triângulo B.
- Qual das figuras possui a metade da medida do comprimento do lado do triângulo B?
O triângulo que possui metade da medida do comprimento do lado do triângulo B é o triângulo A.
- Observando o valor de ângulo indicado em cada um dos triângulos, obtenha os outros valores dos ângulos internos de cada triângulo.
Considerando que a soma dos ângulos internos de cada triângulo é igual a 180° e com o valor de ângulo disponível em cada triângulo, os alunos devem identificar os outros valores, obtendo os resultados ilustrados na figura a seguir.
- Caso você refizesse o desenho de qualquer um dos triângulos, deslocando-o um quadradinho da malha quadriculada para a direita, o que aconteceria com o valor das medidas de ângulo e de lado desse triângulo?
Os alunos devem perceber que as medidas dos lados e dos ângulos não se alteram modificando a posição do triângulo.
As indicações de ângulos dos triângulos devem ser iguais à ilustrada a seguir:

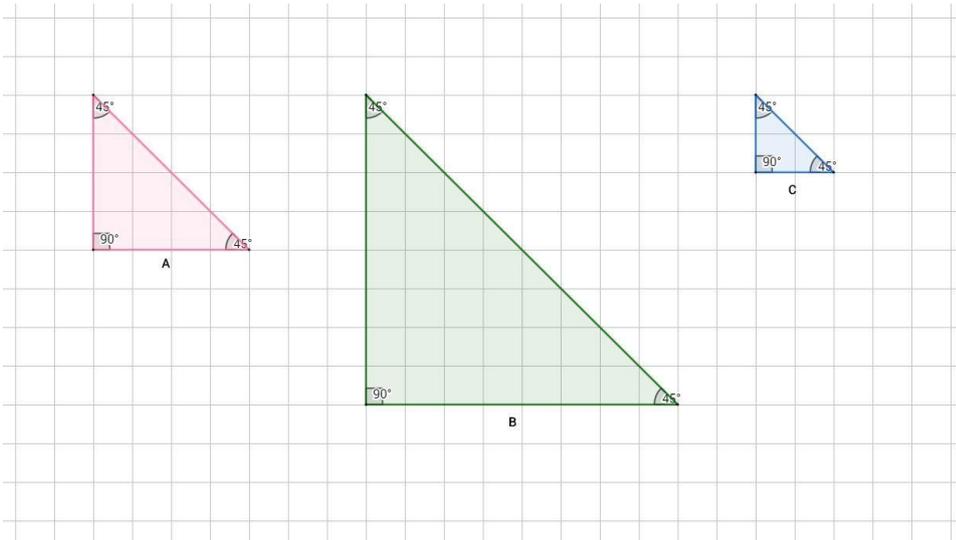


Ilustração elaborada pelo autor

Atividade 3: Paralelogramos

Observe as figuras dos paralelogramos desenhados na malha quadriculada abaixo e responda às questões a seguir.

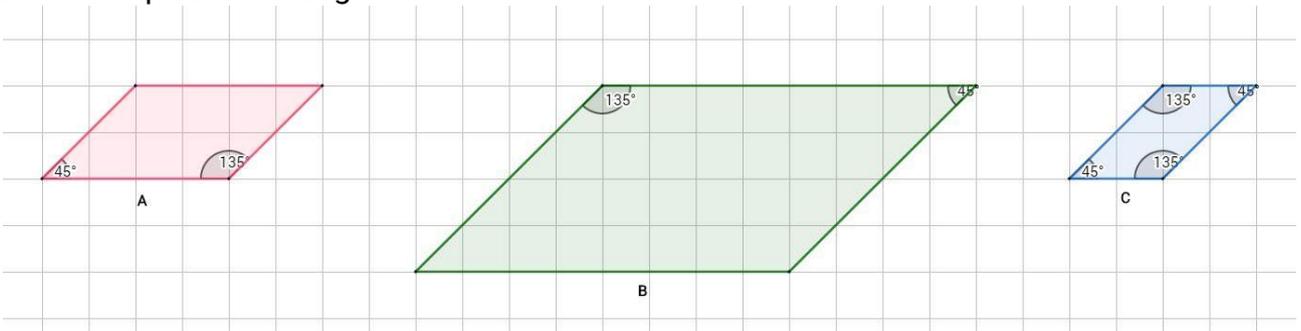


Ilustração elaborada pelo autor

1. Qual das figuras possui duas vezes o comprimento da base do paralelogramo A?
O paralelogramo B possui duas vezes o comprimento da base do paralelogramo A.
2. Qual das figuras possui a metade do comprimento da base do paralelogramo A?
O paralelogramo C possui metade do comprimento da base do paralelogramo A.
3. Observando o valor de ângulo interno indicado em cada um dos paralelogramos, obtenha os outros valores dos ângulos internos de cada paralelogramo.

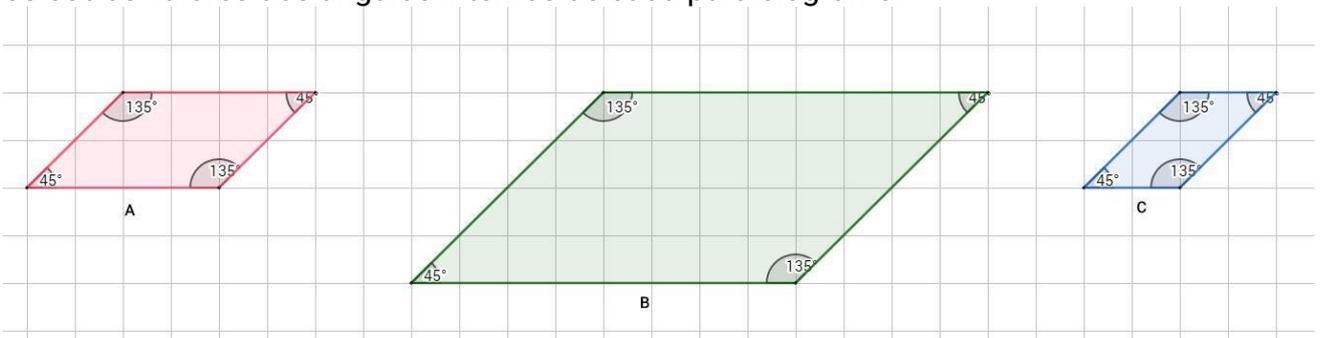


Ilustração elaborada pelo autor

Considerando que a soma dos ângulos internos de um paralelogramo é igual a 360° e com o valor de ângulo disponível em cada figura, os alunos devem identificar os outros valores, obtendo os resultados ilustrados na figura a seguir.

4. Caso você refizesse o desenho de qualquer um dos paralelogramos, deslocando-o um quadradinho da malha quadriculada para a direita, o que aconteceria com o valor das medidas de ângulo e de lado (quantidade de quadradinhos) desse paralelogramo?
Os alunos devem perceber que as medidas dos lados e dos ângulos não se alteram modificando a posição do paralelogramo.

Atividade 4: Trapézios

Observe as figuras dos trapézios desenhados na malha quadriculada abaixo e responda às questões a seguir.

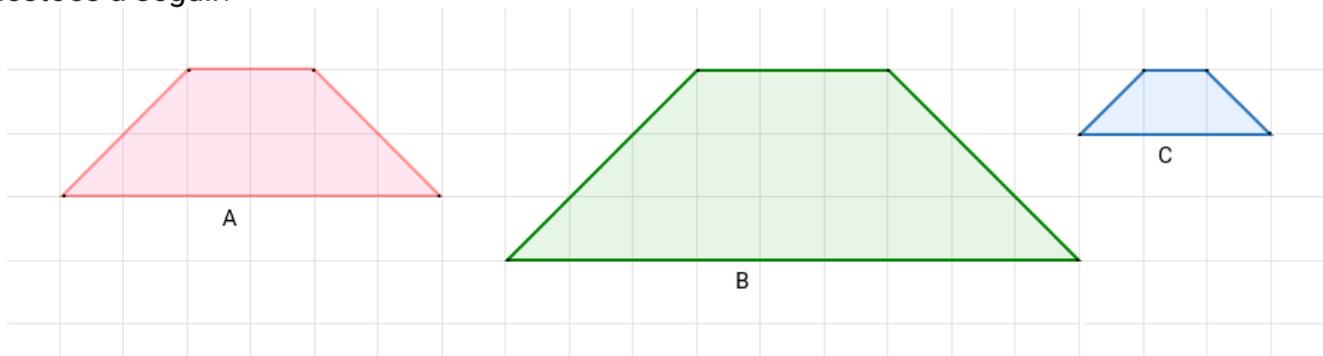


Ilustração elaborada pelo autor

1. Qual das figuras possui uma base maior com o triplo da do trapézio C?
O trapézio B possui uma base maior com o triplo da do trapézio C.
2. Qual das figuras possui uma base maior com metade da do trapézio A?
O trapézio C possui uma base maior com metade da do trapézio A.
3. Identificar e anotar os ângulos internos de cada trapézio.
Devem ser construídos inicialmente trapézios sem ângulos retos e todos os ângulos correspondentes de cada trapézio devem ser iguais.
4. A figura do trapézio desenhado abaixo pode ser considerada uma ampliação ou redução do trapézio da figura A?

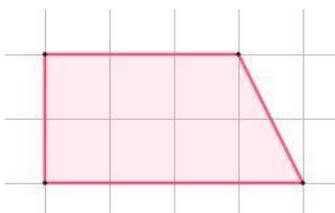


Ilustração elaborada pelo autor

Não, pois a ampliação ou redução deve apresentar uma proporcionalidade nas medidas de ângulo e lados de uma figura geométrica.

Durante essas atividades, o professor deve observar as discussões das duplas para verificar se necessitam de algum auxílio ou, então, se consegue identificar alguma dúvida de outra natureza e/ou caso verifique algum erro nas discussões ou anotações dos alunos, explicar à turma os conceitos necessários. Solicitar que, ao final, entreguem a folha das atividades.

Avaliação

Com essa atividade de ampliação e redução de polígonos é possível verificar se os alunos reconhecem os polígonos pelos seus nomes e suas características particulares, como lados com mesmas medidas e ângulos retos que apresentam. Também, é possível verificar a compreensão dos alunos quanto à ampliação ou à redução de figuras geométricas planas.

Além disso, com as observações do professor durante o desenvolvimento das atividades, é possível verificar dúvidas e/ou erros sobre os conceitos trabalhados, servindo também como avaliação individual ao verificar se ambos os integrantes estão conseguindo realizar as atividades propostas.

Com a atividade entregue pelos alunos sobre o que foi desenvolvido, o professor pode analisar o conhecimento deles sobre a congruência de ângulos e a proporcionalidade entre lados correspondentes de polígonos em situações de ampliação e redução.

Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldades em alguma atividade, procurar delimitar a dúvida e auxiliá-lo nessa superação. Em caso de dúvidas sobre quais características devem ser consideradas para criarem os polígonos indicados, sugerir aos estudantes que construam uma tabela, descrevendo características dos lados e dos ângulos dos polígonos, tais como: o número de lados, se são paralelos ou não, quantos devem ser do mesmo tamanho e, quantos ângulos agudos, obtusos e retos cada figura pode apresentar.

Quanto a dúvidas sobre termos relacionados à proporcionalidade de imagens, trabalhar com segmentos de retas como no exemplo abaixo:

1. Com base na medida do segmento de reta abaixo, construa outros segmentos de reta com o dobro, com o triplo e com o quádruplo do seu tamanho.

2 cm



Ilustração elaborada pelo autor

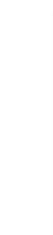
Resposta sugerida:

Dobro



4 cm

Triplo



6 cm

Quádruplo



8 cm

Ilustrações elaboradas pelo autor

2. Com base na medida do segmento de reta abaixo, construa outros segmentos de reta com a metade, com a terça parte e com a quarta parte do seu tamanho.

18 cm

Ilustração elaborada pelo autor

Resposta sugerida:

Metade  9 cm

Terça parte  6 cm

Quarta parte  4,5 cm

Ilustrações elaboradas pelo autor

Aula 2

Iniciar esta aula fazendo uma revisão, tendo como referência as avaliações da Aula 1.

- **Etapa 2:** Em seguida, entregar a cada aluno as imagens abaixo e solicitar que façam o que se pede em cada item.

Orientar os estudantes que, para medir os ângulos, devem utilizar um instrumento de medida adequado; para medir o comprimento dos polígonos devem contar os quadradinhos (ou meio quadradinhos) da malha quadriculada na qual o desenho se encontra; e, para a ampliação ou redução das imagens, sugerir que meçam cada polígono que forma a imagem e construam a nova imagem alterando, proporcionalmente, a quantidade de quadradinhos (ou meio quadradinho), que há em cada lado do desenho.

1. Utilizando uma régua, construa uma ampliação da imagem da casa abaixo e meça seus ângulos:

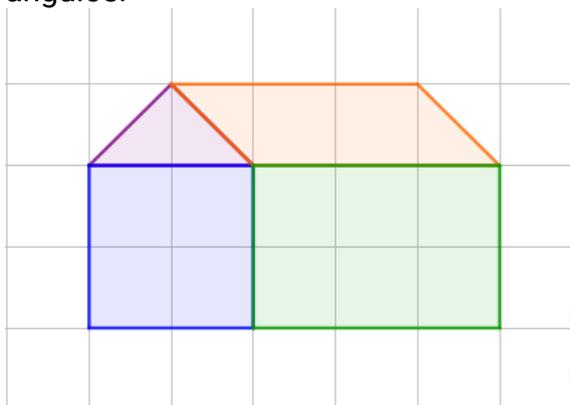


Ilustração elaborada pelo autor

Resposta sugerida:

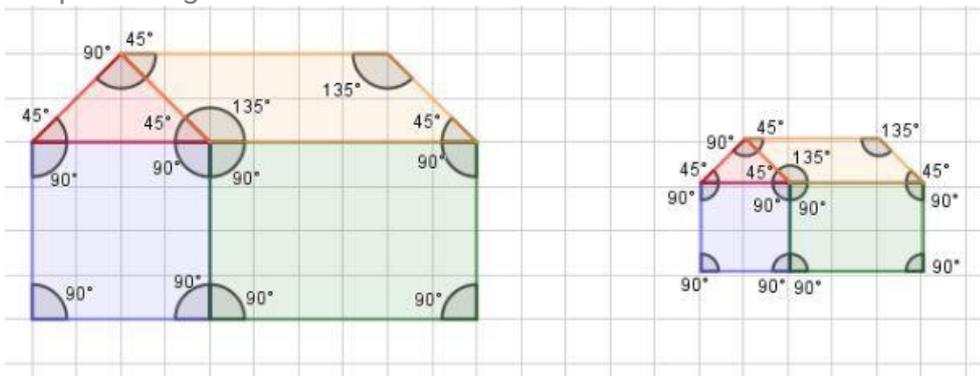


Ilustração elaborada pelo autor

2. Construa uma ampliação da imagem do barco abaixo e meça seus ângulos:

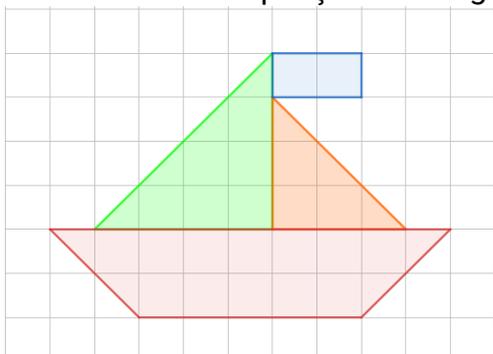


Ilustração elaborada pelo autor

Resposta sugerida:

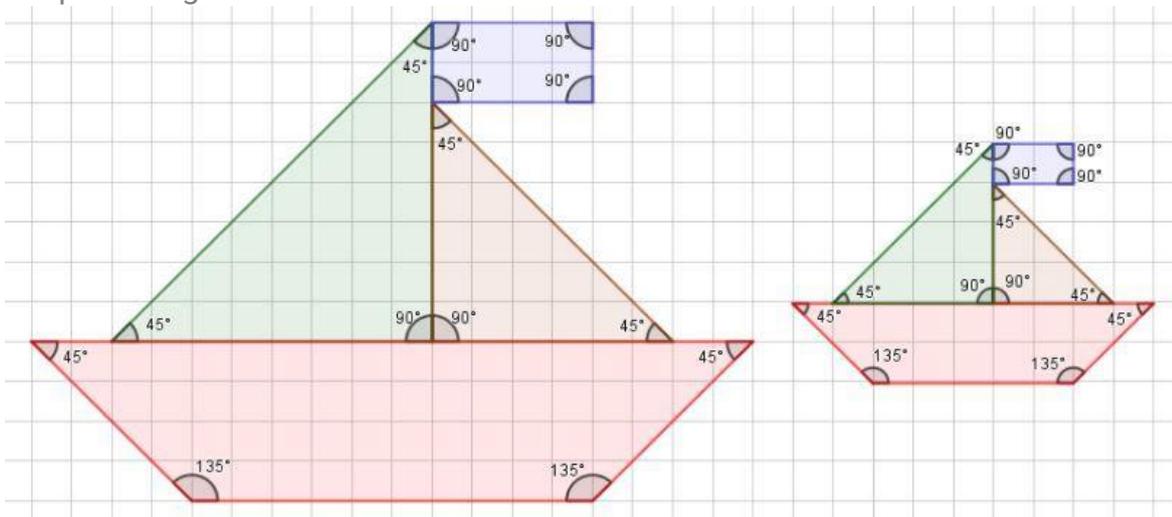


Ilustração elaborada pelo autor

3. Construa uma redução da imagem do tangram abaixo e meça seus ângulos:

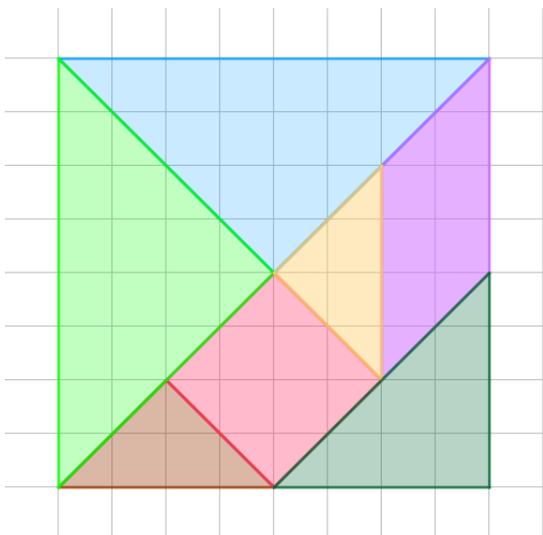


Ilustração elaborada pelo autor

Resposta sugerida:

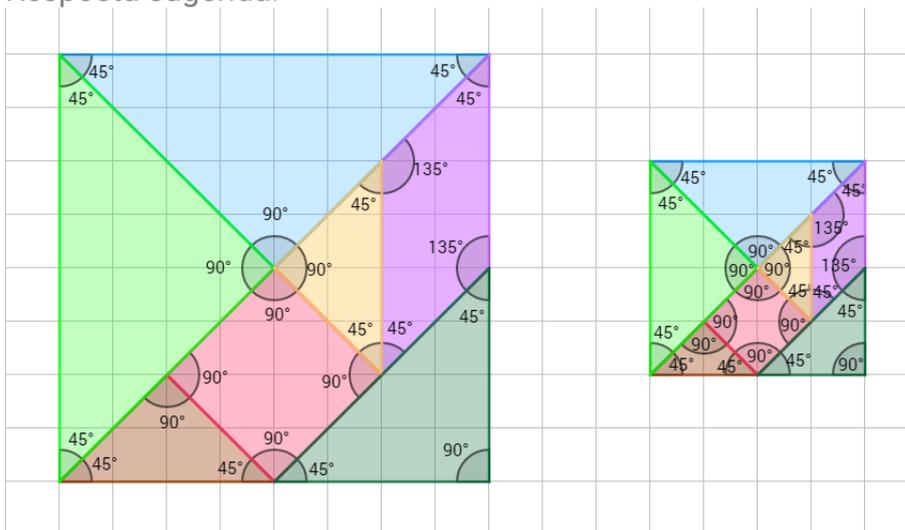


Ilustração elaborada pelo autor

4. Construa uma redução da imagem do peixe abaixo e meça seus ângulos:

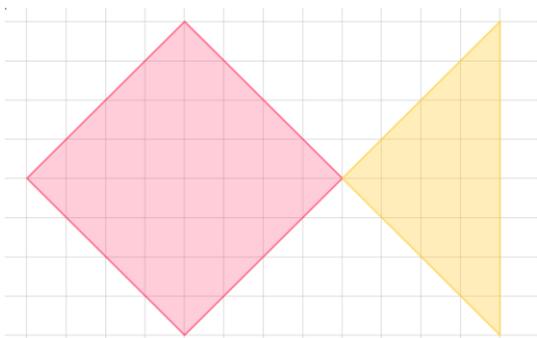


Ilustração elaborada pelo autor

Resposta sugerida:

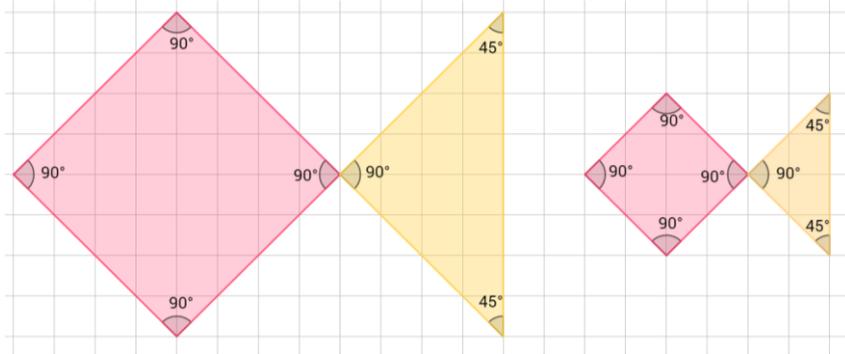


Ilustração elaborada pelo autor

- **Etapa 3:** Com base no que desenvolveram nas atividades das Etapas 1 e 2, solicitar que respondam, em dupla, às questões abaixo:
 1. Como ampliar e reduzir polígonos, com relação aos lados correspondentes e aos ângulos? Na ampliação ou redução de polígonos, os lados correspondentes devem ser aumentados ou diminuídos proporcionalmente e os ângulos devem se manter os mesmos, isto é, devem ser congruentes.
 2. Com relação à variação proporcional dos lados de polígonos, as medidas dos ângulos são influenciadas pela medida dos seus lados? Não, a variação proporcional na medida dos lados de um polígono não altera seus ângulos.
 3. Sobre modificar a posição do polígono na malha quadriculada, como feito na Etapa 1, o que podemos dizer sobre os lados e os ângulos dos polígonos? A posição do polígono não altera os ângulos nem os lados do polígono.
 4. Com base na análise do trapézio elaborado na Etapa 1, construindo um novo trapézio com ângulos retos e comparando todos os polígonos criados com suas ampliações e reduções, a que conclusão pode-se chegar sobre o que faz alterar os ângulos de polígonos, não permitindo uma ampliação ou redução adequada? A variação desproporcional de pelo menos um dos lados do polígono não permite uma ampliação ou redução da imagem original.

Solicitar a cada dupla que escolha uma das questões para responderem oralmente. Nesse momento, incentivar comentários de outras duplas da turma. Se for necessário, mediar a conversa para esclarecer eventuais dúvidas.

Avaliação

Nas atividades desta aula, o professor pode verificar a compreensão dos alunos quanto ao reconhecimento das congruências de ângulos e proporcionalidade entre lados correspondentes de figuras em situações de ampliação e redução de imagens formadas por polígonos.

Também, com a apresentação das questões finais, é possível avaliar as conclusões obtidas pelas duplas sobre os conceitos estudados.

Além disso, analisar as formas avaliativas tanto da Aula 1 quanto da Aula 2, buscando, nas falas, atitudes e atividades entregues pelos alunos, indícios de se atingiram ou não os objetivos de aprendizagem associados aos instrumentos e possíveis erros ou dúvidas comuns para serem revisados ou explicados de maneiras diferentes em aulas futuras.

Ampliação

Com a imagem de tangram abaixo:

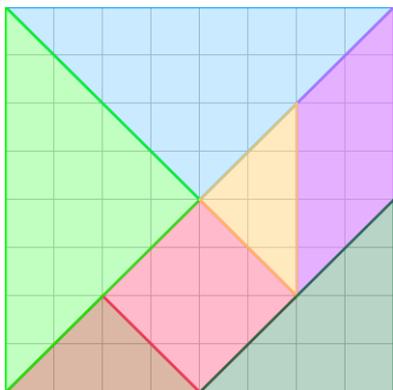


Ilustração elaborada pelo autor

Solicitar aos alunos que recortem e colem formando um desenho com as sete peças (ou menos), como no exemplo abaixo:

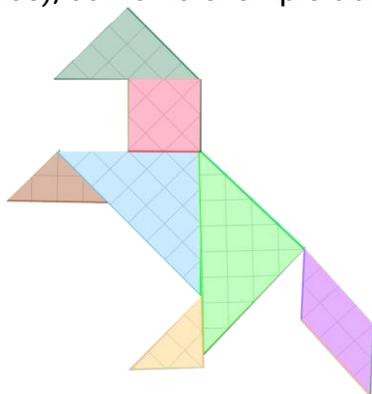


Ilustração elaborada pelo autor

Em seguida, solicitar que construam com lápis de cor, em uma malha de papel quadriculada, outros dois tangrams, um com a imagem ampliada e outra reduzida com relação ao tangram original.

Para tanto, sugerir que meçam os ângulos e os lados de cada polígono antes de iniciarem a ampliação e redução do tangram, para criarem as imagens com os tamanhos adequados. Para os lados, podem ser contados os quadradinhos (e meio quadradinhos) que estão marcados no tangram original.

Pode ser interessante apresentar o resultado para a turma e outras turmas, se possível, solicitando que expliquem como ampliaram e reduziram a imagem, considerando a congruência dos ângulos e a proporcionalidade dos lados correspondentes de cada polígono utilizado para compor o desenho.

Caso seja possível, essa atividade pode ser revista e/ou ampliada com a utilização de um *software* de produção de imagens geométricas, como o Geogebra.

3ª sequência didática: Perímetro e área de figuras poligonais

Serão abordados conceitos de perímetro e área de figuras poligonais, trabalhando suas unidades de medida (padronizada e não padronizada), realizando transformações de unidades. Também serão utilizados materiais manipuláveis para a verificação de que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que figuras de mesma área podem ter perímetros diferentes.

Relação entre BNCC, objetivos e conteúdos

Objeto de conhecimento	Áreas e perímetros de figuras poligonais: algumas relações
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> • (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.
Objetivos de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> • Utilizar unidades de medida de perímetro e de superfície não padronizadas. • Identificar as unidades de medida de perímetro mais usuais (mm, cm, m, km). • Identificar as unidades de medida de superfície mais usuais (cm², m², km²). • Relacionar as unidades de medida de comprimento entre si e de área entre si, realizando transformações de unidades. • Calcular o perímetro e a área de figuras poligonais em malhas quadriculadas. • Comparar área e perímetro.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Unidades de medida de comprimento e de área não padronizadas. • Unidades de medida padrão: m e as subdivisões mais usadas (cm, mm) e km. • Unidades de medida padrão de área: cm², m², km². • Perímetro. • Área.

Materiais e recursos

- Papel-cartão
- Cola
- Tesoura com pontas arredondadas
- Régua
- 1 folha de papel sulfite com a atividade impressa (Etapa 1) para cada trio
- 1 folha de papel sulfite com a atividade impressa (Etapa 2) para cada trio

Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 2 aulas

Aula 1

Esta sequência didática será composta de duas etapas: uma em cada aula.

- **Etapa 1:** Solicitar aos estudantes que se organizem em trios e entregar a cada estudante um pedaço de papel-cartão de 1 600 cm² (cada integrante pode ficar com um papel de uma cor, para formarem as figuras de cores diferentes), para que, utilizando uma régua, meçam 40 quadrados de 1 cm de lado e os cortem. Nessa etapa, observar os trios e orientá-los de modo que não haja acidentes durante o manuseio da tesoura.

Após os alunos terminarem, entregar a cada trio a atividade que segue abaixo e solicitar que coloquem seus nomes:

1. O retângulo abaixo representa um muro em que cada figura destacada será revestida com ladrilhos quadrados cujos lados medem 1 cm:

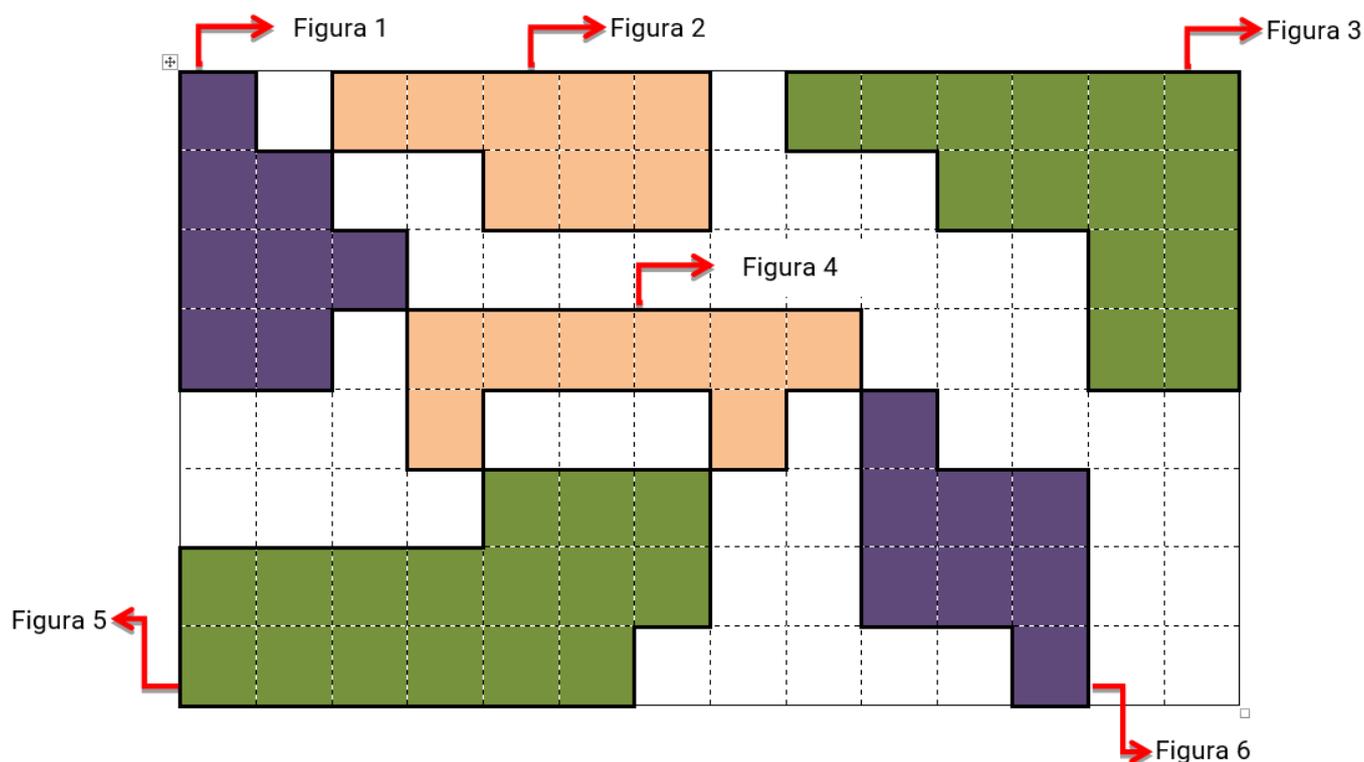


Ilustração elaborada pelo autor

a) Qual é o valor do perímetro de cada figura?

Figura 1: 14 cm; Figura 2: 14 cm; Figura 3: 20 cm; Figura 4: 18 cm; Figura 5: 20 cm; Figura 6: 14 cm.

b) Cole os quadrados que recortou preenchendo a área de cada figura e escreva quantos quadrados foram colados em cada figura.

Figura 1: 8 quadrados; Figura 2: 8 quadrados; Figura 3: 14 quadrados; Figura 4: 8 quadrados; Figura 5: 16 quadrados; Figura 6: 8 quadrados.

c) Identifique quais figuras apresentam a mesma área (A) e/ou o mesmo perímetro (P) e assinale com um X no quadro abaixo:

Figuras		A	P
1	2		
1	3		
1	4		
1	5		
1	6		

Figuras		A	P
2	3		
2	4		
2	5		
2	6		

Figuras		A	P
3	4		
3	5		
3	6		

Figuras		A	P
4	5		
4	6		

Figuras		A	P
5	6		

Ilustração elaborada pelo autor

Resposta:

Figuras		A	P
1	2	X	X
1	3		
1	4	X	
1	5		
1	6	X	X

Figuras		A	P
2	3		
2	4	X	
2	5		
2	6	X	X

Figuras		A	P
3	4		
3	5		X
3	6		

Figuras		A	P
4	5		
4	6	X	

Figuras		A	P
5	6		

Ilustração elaborada pelo autor

d) Dessa análise, o que se pode concluir?

Pode-se concluir que figuras diferentes com áreas iguais podem apresentar perímetros diferentes (como, por exemplo, Figuras 1 e 4) ou apresentar perímetros iguais também (como, por exemplo, Figuras 1 e 2); assim como figuras diferentes com perímetros iguais podem apresentar áreas diferentes (como, por exemplo, Figuras 3 e 5) ou apresentar áreas iguais também (como, por exemplo, Figuras 1 e 6).

Durante essa atividade, o professor pode circular entre as mesas para verificar se os trios necessitam de algum auxílio ou se consegue identificar alguma dúvida de outra natureza e/ou caso verifique algum erro nas discussões ou anotações dos alunos, explicar à turma os conceitos necessários.

Para encerrar esta atividade, solicitar a cada trio que apresente a resposta de uma das questões, e solicitar a todos os grupos que também se apresentem, corrigindo todas as questões. No final, recolher a atividade.

Avaliação

Nesta aula, a observação durante as discussões entre os trios enquanto resolvem problemas sobre perímetro e área deve permitir ao professor verificar a compreensão dos alunos quanto ao uso dos quadradinhos como unidade de medida não padronizada de perímetro e de superfície.

É possível, também, averiguar a percepção dos alunos quanto a figuras de perímetros iguais que podem ter áreas diferentes e de figuras que têm a mesma área e podem apresentar perímetros diferentes. Com isso, o professor pode verificar as dificuldades que deverão ser trabalhadas na aula seguinte.

Além disso, o trabalho em pequenos grupos permite aos alunos que discutam entre si suas respostas e cheguem a conclusões que o professor deve avaliar nas apresentações. O professor pode aprofundar essa observação analisando a atividade entregue.

Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldades em alguma atividade, procurar delimitar a dúvida e auxiliá-lo nessa superação. Em caso de dúvidas sobre mesma área em figuras de perímetro iguais ou diferentes, pode ser desenvolvida uma atividade na qual os alunos recebem dois desenhos com o mesmo polígono em uma malha de papel quadriculado. Eles deverão recortar uma dessas imagens e formar com elas uma nova figura, que possuirá mesma área, mas não necessariamente o mesmo perímetro (o que eles deverão calcular). Segue um exemplo:

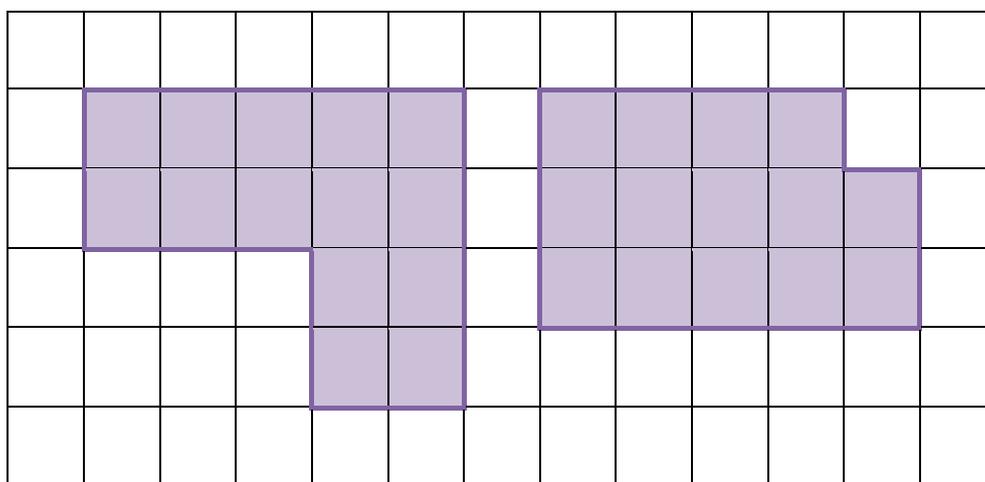


Ilustração elaborada pelo autor

Exemplo de polígono com área de 14 quadradinhos para ser entregue aos alunos e exemplo do que o aluno poderá criar.

Em caso de dúvidas por confundirem área e perímetro, os estudantes podem utilizar como instrumento de medida um barbante cortado na medida de 1 metro de comprimento. Eles poderão fazer medições de objetos da própria sala de aula, contornando diferentes materiais. Orientá-los para não medirem objetos pequenos cujas medidas seriam dadas em milímetros, por exemplo.

Aula 2

Iniciar esta aula fazendo uma revisão das atividades e avaliações desenvolvidas na Aula 1.

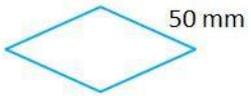
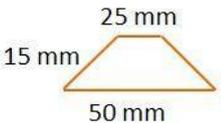
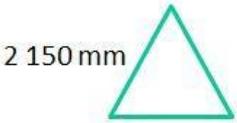
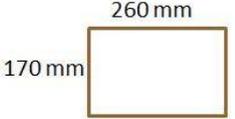
- **Etapa 2:** O professor deve solicitar aos alunos que se organizem com os mesmos trios da aula anterior. Em seguida, entregar a atividade que realizaram na Aula 1, pois eles irão utilizá-la novamente. Entregar também a cada trio, a atividade que segue abaixo e solicitar que coloquem seus nomes, pois ela deverá ser entregue ao final da aula:

1. Utilizando a malha quadriculada do exercício 1, considerando que cada lado mede 20 cm, e sabendo que 1 m^2 corresponde a $10\,000 \text{ cm}^2$, calcule a área de cada figura e anote na tabela abaixo (para responder a essa questão, pode-se utilizar uma calculadora):

Figura	Área em cm^2	Área em m^2
1		
3		
5		

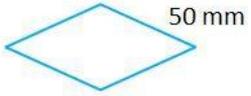
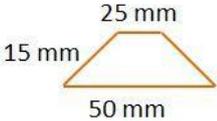
Figura 1: 3 200 e 0,32. Figura 3: 5 600 e 0,65. Figura 5: 6 400 e 0,64.

2. Observando os polígonos das figuras a seguir, preencha o quadro:

Figura geométrica	Nome do polígono	Perímetro em mm	Perímetro em cm	Perímetro em m
	Losango			
	Trapézio			
	Triângulo equilátero			
	Retângulo			
	Hexágono			

Ilustrações elaboradas pelo autor

Resposta:

Figura geométrica	Nome do polígono	Perímetro em mm	Perímetro em cm	Perímetro em m
	Losango	200	20	0,20
	Trapézio	105	10,5	0,105
	Triângulo equilátero	6 450	645	6,45
	Retângulo	860	86	0,86
	Hexágono	510	51	0,51

Ilustrações elaboradas pelo autor

3. O dono de um terreno de uma área retangular de dimensões 2 km e 5 km quer cercar sua propriedade com arame. Quantos quilômetros de arame serão necessários sabendo que o proprietário utilizará 5 fios de arame?

70 km

4. Na fazenda da Senhora Neusa, uma plantação de café tem uma área de 406 hectares. Sabendo que 1 quilômetro quadrado corresponde a 100 hectares, qual a área da plantação de café dessa fazenda, em km²?

4,06 km².

Durante o desenvolvimento dessa atividade, o professor deve observar a turma, para verificar as possíveis dúvidas para saná-las. Solicitar a cada trio que resolva uma questão na lousa e esclarecer eventuais erros. Ao final da aula, recolher as atividades.

Avaliação

A observação do professor na discussão dos trios enquanto anotam e discutem sobre os exercícios, utilizando unidades de medida de perímetro e de superfície mais usuais, pode ser um instrumento avaliativo para verificar a compreensão ou as dúvidas e/ou erros sobre esses conceitos. Aprofundar essa observação analisando a atividade entregue, verificando se os estudantes estão realizando corretamente as transformações de unidades de medida.

Ainda com a atividade entregue, é possível verificar a compreensão dos estudantes quanto à transformação de unidades de perímetro durante a realização de cálculos utilizando medidas de lados de polígonos conhecidos. Além disso, os comentários do professor durante a observação no desenvolvimento dessa atividade podem servir como autoavaliação para os alunos, pois eles poderão analisar em suas atividades, se estão cometendo o erro citado pelo professor.

Por fim, analisar essas formas avaliativas tanto da Aula 1 quanto da Aula 2, buscando, nas falas, atitudes e atividades entregues pelos alunos, indícios de se atingiram ou não os objetivos de aprendizagem associados aos instrumentos e possíveis erros ou dúvidas comuns para serem revisados ou explicados de maneiras diferentes em aulas futuras.

Ampliação

Trabalhar área e perímetro utilizando malha quadriculada, pode ajudar os alunos a visualizarem a Matemática presente no ambiente ao observarem, por exemplo, os cômodos de uma casa.

Entregar a cada aluno, uma malha quadriculada, dicas e um grupo de figuras que representam cômodos da casa (que seguem abaixo). Os alunos deverão recortar as figuras e, por meio das dicas, identificar qual delas corresponde a cada cômodo, para, ao final, uni-las na malha quadriculada.

Figuras:

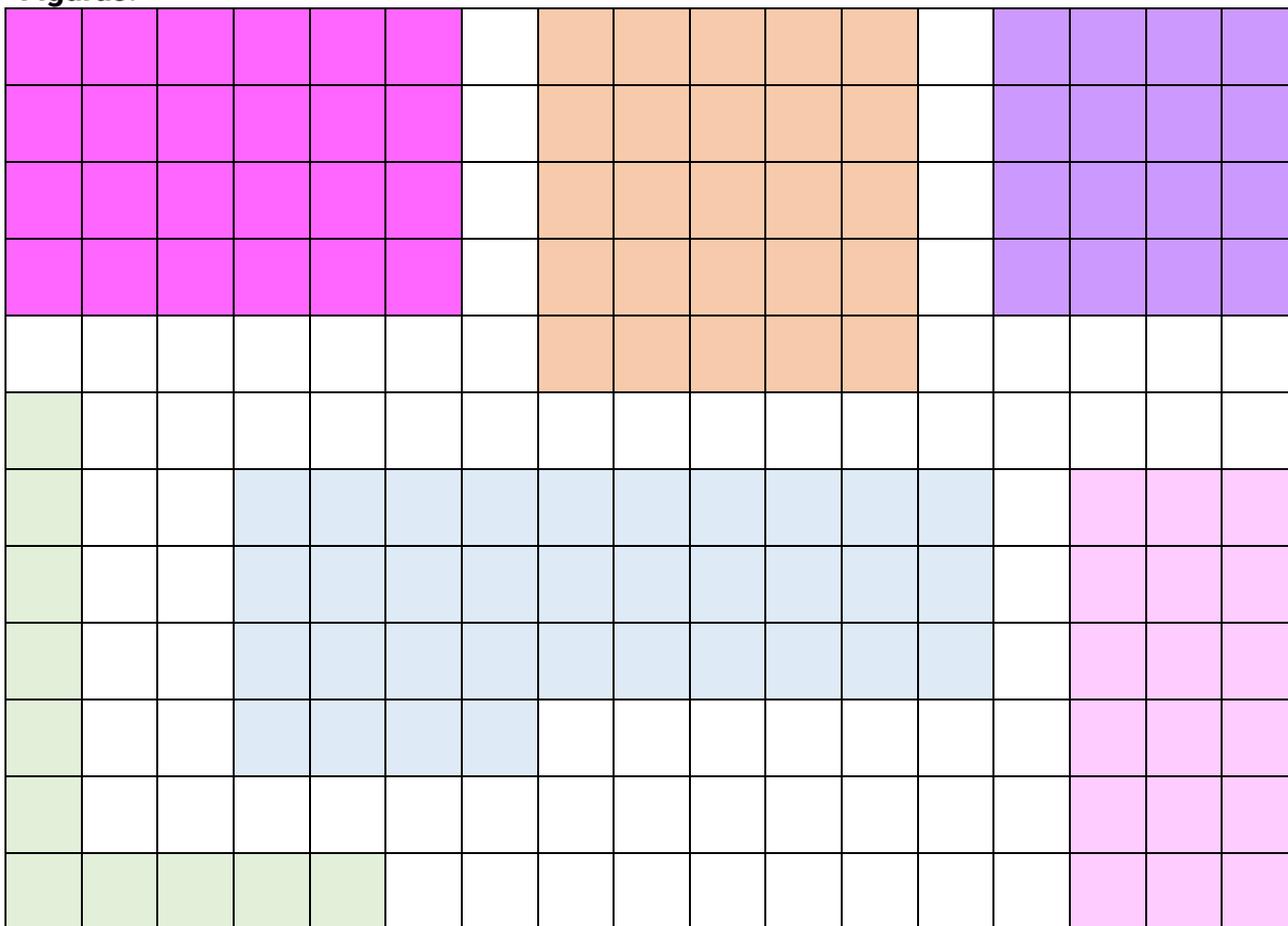


Ilustração elaborada pelo autor

Dicas: considerando que cada quadrado menor corresponde a 1 m²:

- o valor da área da cozinha é igual a: 34 m²
- o valor do perímetro do quarto 1 é igual a : 17 m
- o valor do perímetro do corredor é igual a: 24 m
- o valor da área da sala é igual a: 24 m²
- o valor do perímetro do quarto 2 é igual a: 20 m
- o valor da área da garagem é igual a: 16 m²

Malha quadriculada:

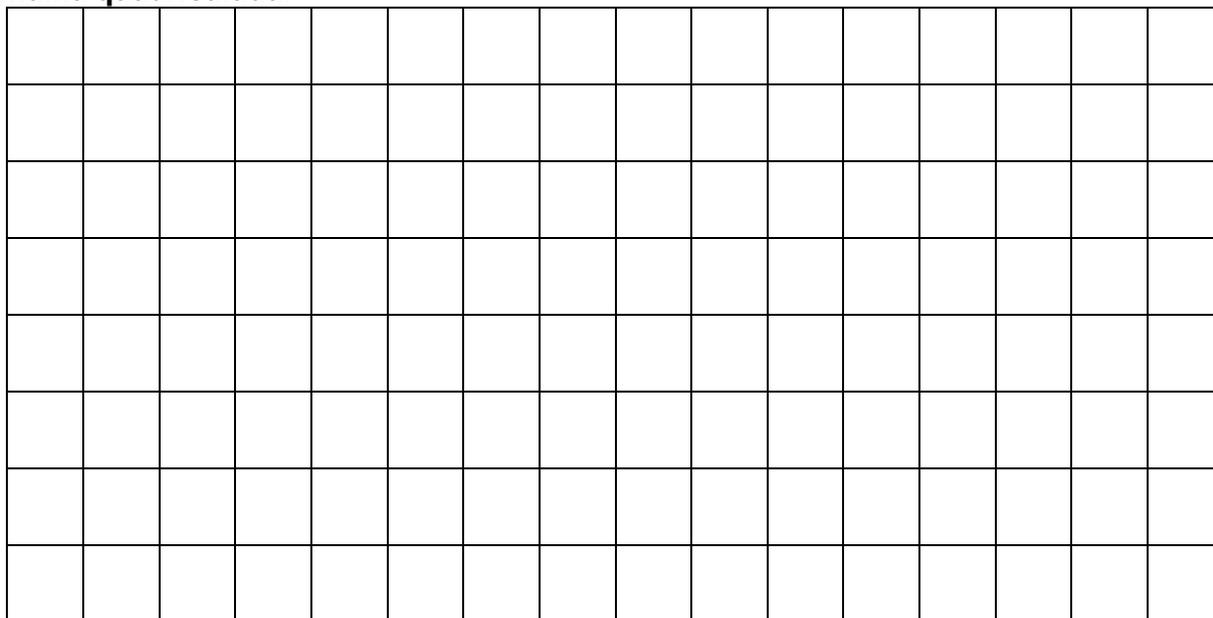


Ilustração elaborada pelo autor

Resultado obtido:

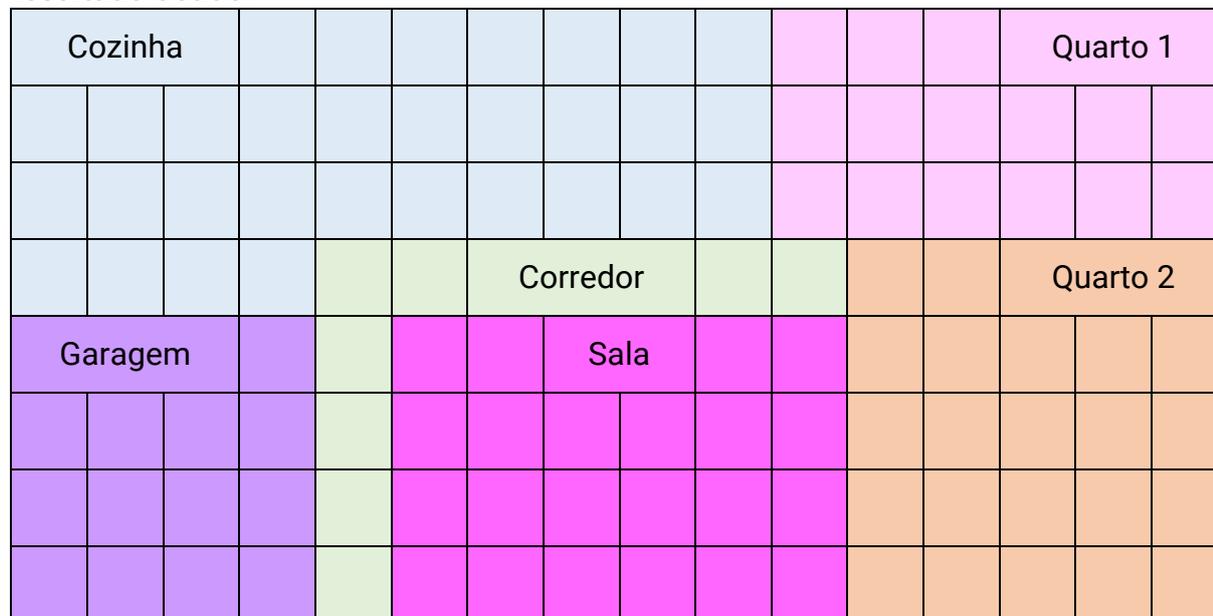


Ilustração elaborada pelo autor

4ª sequência didática: Medição de volume por empilhamento de cubos

Nesta sequência será abordada a noção de volume como grandeza associada a sólidos geométricos e serão desenvolvidas atividades para medir volumes por meio de empilhamento de cubos.

Relação entre BNCC, objetivos e conteúdos

Objeto de conhecimento	Noção de volume
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> • (EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.
Objetivos de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender noções de medida de volume. • Medir volume por empilhamento de cubos. • Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> • Noção de medida de volume. • Volume por empilhamento de cubos. • Volume como grandeza associada a sólidos geométricos.

Materiais e recursos

- 35 cubos unitários de material dourado (para cada grupo)
- Cola (para cada grupo)
- Tesoura com pontas arredondadas (para cada grupo)
- Moldes da Etapa 1 (para cada grupo)
- 2 folhas de papel sulfite (para cada grupo)
- Régua
- Recipientes/caixas em formato de cubos e paralelepípedos

Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 2 aulas

Aula 1

Esta sequência didática será composta de três etapas: duas na Aula 1 e uma na Aula 2.

- **Etapa 1:** O professor deve solicitar aos alunos que se organizem em grupos de quatro integrantes e entregar os moldes (que seguem abaixo) para cada grupo cortar (auxilie-os nesta etapa, sempre orientado como usar a tesoura de forma adequada), e colar suas caixinhas.

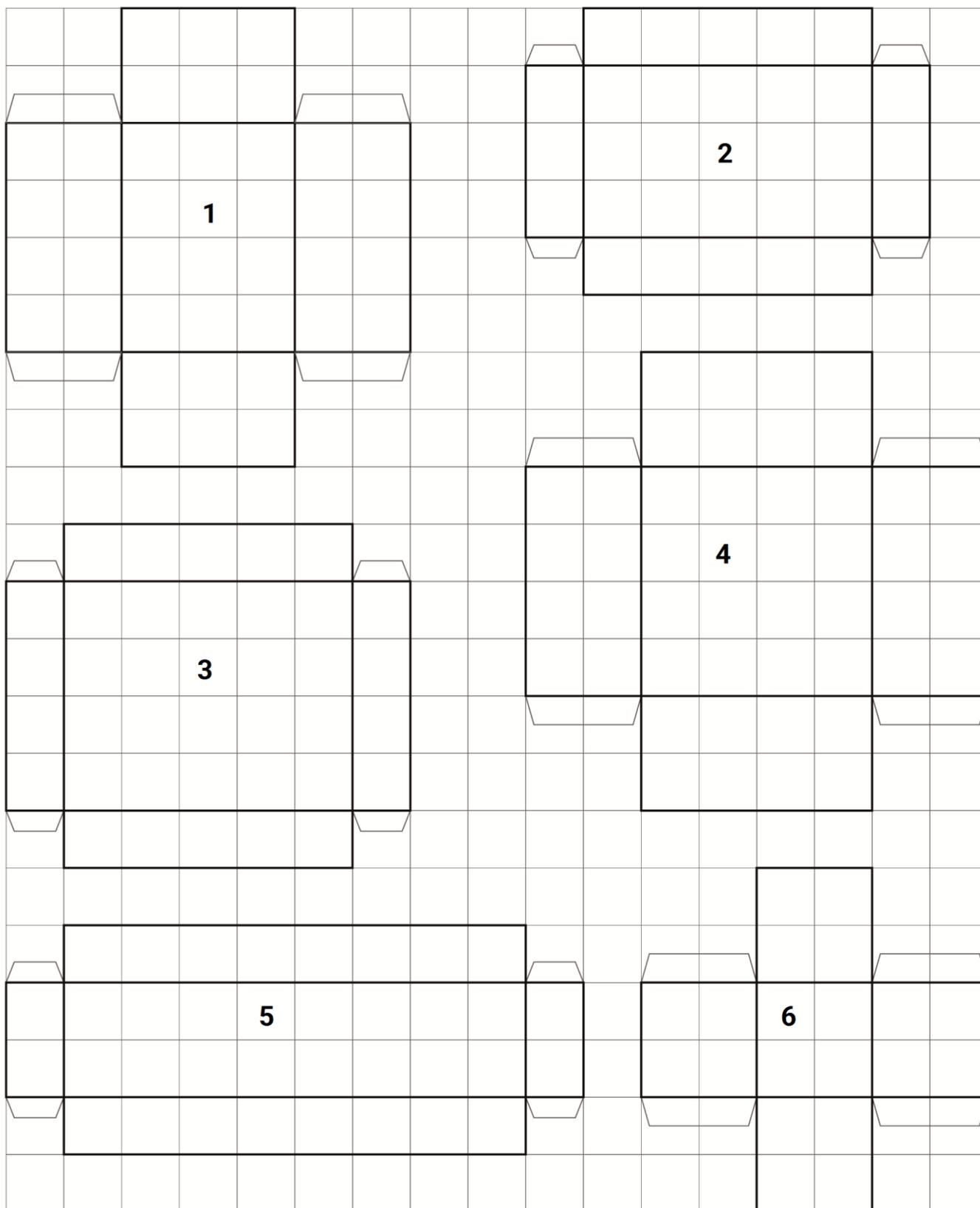


Ilustração elaborada pelo autor
Moldes de caixas.

- **Etapa 2:** Em seguida, entregar, para cada grupo, 1 folha de papel sulfite e solicitar que coloquem o nome de todos os integrantes do grupo e entregar 35 cubos unitários de material dourado com lado medindo 1 cm. Na sequência, explicar que cada cubo corresponde a 1 cm³, e que essa é uma unidade de medida de volume. Explicar também que irão medir o volume das caixinhas que cortaram e colaram e que, para isso, utilizarão os cubos de material dourado.

Os cubos deverão ser colocados corretamente dentro de cada caixinha, ou seja, obedecendo como limite de cada lado, a sua capacidade máxima. Em seguida, eles deverão responder às seguintes questões:

1. Preencha o quadro abaixo respondendo às seguintes questões referentes a cada uma das caixas (identificadas pelo número do molde, que está dentro de cada caixa):
 - a) Quantas camadas de cubos há?
 - b) Quantos cubos estão visíveis?
 - c) Quantos cubos estão escondidos?
 - d) Qual é o volume total em cm³?

Caixa	Questões			
	a	b	c	d
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Resposta:

Caixa	Questões			
	a	b	c	d
1	2	12	12	24 cm ³
2	1	15	0	15 cm ³
3	1	20	0	20 cm ³
4	2	16	16	32 cm ³
5	1	16	0	16 cm ³
6	2	4	4	8 cm ³

2. Sabendo que 1 L corresponde a 1 000 mL que é igual a 1 000 cm³, qual o volume em cm³ da caixinha 2? Quanto corresponde em mililitros? E em litros?

Resposta: O volume em cm³ da caixinha 2 é igual a 15 cm³ o que corresponde a 15 mL, isto é, 0,015 L.

Na primeira questão, pode ser necessário destacar que os cubos visíveis são todos os que não possuem cubos em cima. Na segunda questão, pode ser destacada a equivalência existente entre as unidades de medida de volume e de capacidade.

Durante essas atividades, o professor pode observar a discussão dos grupos para identificar quais necessitam de algum auxílio. Nestes casos, explicar à turma os conceitos necessários.

Para encerrar esta atividade, o professor deverá solicitar a cada grupo que explique a resolução de uma das questões.

Para encerrar a aula, o professor deve conversar com a turma sobre as dimensões de cada uma das caixinhas que utilizaram, destacando as unidades de medida de comprimento e de volume. Para tanto, pode ser utilizada a seguinte tabela:

Caixa	Dimensão da caixa (comprimento x largura x altura)	Volume
1	4 cm x 3 cm x 2 cm	24 cm ³
2	5 cm x 3 cm x 1 cm	15 cm ³
3	5 cm x 4 cm x 1 cm	20 cm ³
4	4 cm x 4 cm x 2 cm	32 cm ³
5	8 cm x 2 cm x 1 cm	16 cm ³
6	2 cm x 2 cm x 2 cm	8 cm ³

Ao final da aula, recolher a atividade e solicitar aos estudantes que levem para a próxima aula recipientes/caixas em formato de cubos e paralelepípedos.

Avaliação

Nesta aula, o trabalho em grupo permite aos alunos que discutam entre si suas respostas e cheguem a conclusões que o professor deve avaliar durante a observação do desenvolvimento da atividade. Assim é possível verificar se os alunos estão reconhecendo volume como grandeza associada a sólidos geométricos e calculando corretamente as medidas em centímetros cúbicos. Com isso, o professor pode verificar as dificuldades que deverão ser trabalhadas na aula seguinte.

A observação do professor na discussão dos grupos enquanto realizam a atividade medindo volume por meio de empilhamento de cubos em caixinhas confeccionadas com base em uma malha quadriculada pode ser um instrumento avaliativo para verificar a compreensão ou as dúvidas e/ou erros sobre o uso de unidades de medida de volume. O professor pode aprofundar essa observação analisando a atividade entregue.

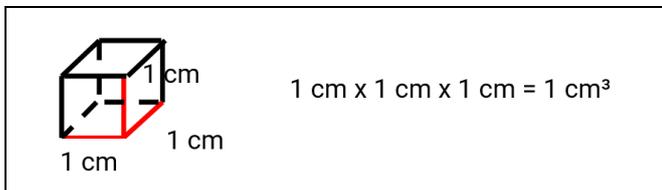
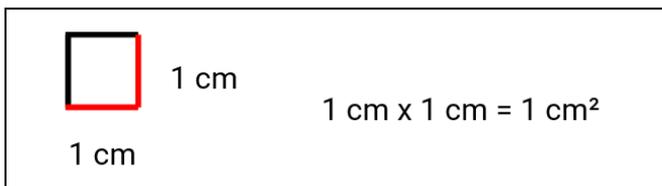
Além disso, os comentários do professor durante a observação do desenvolvimento da atividade podem servir como autoavaliação para os alunos, pois eles podem analisar em suas atividades, se estão, por exemplo, cometendo o erro comentado pelo professor.

Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldades em alguma atividade, procurar delimitar a dúvida e auxiliá-lo nessa superação. Em caso de dúvidas sobre a visualização espacial dos cubos, pode ser indicado o seguinte *software*, disponível em: <http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/construir_cubinhos.htm>. Acesso em: 22 jan. 2018.

Nesse *site*, os alunos poderão empilhar cubos, obtendo diferentes volumes, escolhendo as dimensões da malha quadriculada e arrastando cada cubo para a posição desejada. É possível, também, girar a malha quadriculada para observar a construção dos cubos por diferentes perspectivas. Pode ser sugerido aos alunos que construam paralelepípedos e cubos de diferentes dimensões e, considerando a unidade de 1 cm³, indiquem os valores de volumes que os sólidos geométricos construídos por eles possuem.

Caso a dúvida esteja relacionada à unidade de medida centímetro cúbico, pode ser interessante explicar que assim como na área, multiplica-se as medidas dos lados, no cubo também, mas além de obter cm², precisa-se multiplicar a altura (que antes não existia, pois estudaram apenas figuras planas). Para tanto, pode-se utilizar as seguintes imagens:



Ilustrações elaboradas pelo autor

Aula 2

Iniciar esta aula entregando a atividade corrigida que eles fizeram na Etapa 2 da Aula 1. Continuar a aula fazendo uma revisão utilizando como referência essa atividade e as demais avaliações desenvolvidas na Aula 1.

- **Etapa 3:** Para iniciar esta aula, os alunos devem se organizar em grupos, e o professor deve recolher os recipientes/caixas de cada estudante e distribuir entre os grupos de modo que cada um receba recipientes de diferentes dimensões.

O professor deve entregar, também, uma folha de papel sulfite a cada grupo e solicitar que coloquem os nomes de todos os integrantes. Para continuarem o estudo de volume com a unidade de medida cm^3 , eles deverão medir esses recipientes/caixas, utilizando uma régua. Três medidas deverão ser registradas na folha de papel sulfite entregue: a largura, o comprimento e a altura. Então, essas medidas devem ser multiplicadas entre si, obtendo como resultado o volume em cm^3 . Eles devem registrar, também, quantos cubos de 1 cm^3 cabem em cada um dos recipientes, preenchendo o quadro abaixo, incluindo na primeira coluna uma identificação do recipiente/caixa medido; por exemplo, indicar que foi medida uma caixa de sabão em pó.

Recipiente	Largura	Comprimento	Altura	Quantos cubos de 1 cm^3 cabem	Volume em cm^3

Antes de iniciarem as medições, pode ser necessário que o professor mostre em alguns recipientes/caixas quais são as arestas que correspondem à largura, ao comprimento e à altura.

Durante essa atividade, o professor deve ficar atento e verificar se os grupos necessitam de algum auxílio ou se consegue identificar alguma dúvida ou algum erro nas medições realizadas, seja no uso da régua ou nos cálculos realizados, ou ainda nas discussões ou anotações. Aproveite esses momentos para retomar alguns conceitos necessários para que os estudantes prossigam as atividades corretamente.

Ao término da atividade, o professor deverá perguntar quais grupos possuem um determinado recipiente/caixa e solicitar àqueles que os possuem que apresentem as respostas obtidas de suas medições. Nesse momento, pode ser necessário destacar que poderá haver pequenas variações nos resultados, mesmo de objetos iguais, em razão das imprecisões que podem ocorrer durante a etapa de medição. Repetir esse processo até que todos os grupos tenham apresentado todos os recipientes/caixas analisados. Ao final, recolher as atividades.

Avaliação

Nesta aula, o trabalho em grupo permite aos alunos que discutam entre si suas respostas e cheguem a conclusões que o professor deve avaliar nas apresentações, durante as quais é possível verificar se os estudantes estão utilizando corretamente a régua, reconhecendo as arestas que correspondem à largura, ao comprimento e à altura, e se estão associando corretamente volume em cm^3 como grandeza de sólidos geométricos. O professor pode aprofundar essa observação analisando a atividade entregue.

Além disso, as observações do professor enquanto os grupos discutem e fazem anotações sobre medição dos recipientes/caixas e preenchem o quadro deve permitir ao professor verificar a compreensão dos alunos quanto às noções de volume, tendo o cm^3 como unidade de medida. Além disso, também podem servir como autoavaliação para os alunos, pois eles poderão analisar em suas atividades, se estão cometendo o erro citado pelo professor.

Por fim, analisar o retorno dos alunos quanto às observações feitas pelo professor tanto da Aula 1 quanto da Aula 2, buscando nas falas, atitudes e atividades entregues pelos alunos indícios de se atingiram ou não os objetivos de aprendizagem associados aos instrumentos e possíveis erros ou dúvidas comuns para serem revisados ou explicados de maneiras diferentes em aulas futuras.

Ampliação

Pode ser indicado o uso de conversores de unidades de medida de volume e capacidade para verificarem as equivalências entre cm^3 e mL ou L, de modo a perceberem que 1 mL corresponde a 1 cm^3 e que 1 L corresponde a 1 000 cm^3 . Para tanto, utilizando-se um conversor de unidades de medida de volume, pode-se sugerir questões como as que seguem abaixo:

1. 974 580 mL equivalem a _____ cm^3 .
974 580 cm^3
2. 20 358 L equivalem a _____ cm^3 .
20 358 000 cm^3
3. 7 964 120 mL equivalem a _____ cm^3 que equivalem a _____ L.
7 964 120 cm^3 ; 7 964,12

Também podem ser analisadas as conversões de unidade de medida de volume de modo que percebam que 1 cm^3 corresponde a 100 mm^3 e que 1 dm^3 corresponde a 1000 cm^3 , sugerindo questões como as que seguem abaixo:

4. 20 358 dm^3 equivalem a _____ cm^3 .
20 358 000 cm^3

5. 974 580 mm³ equivalem a _____ cm³.
9 745,8 cm³

6. 7 964 120 dm³ equivalem a _____ cm³ que equivalem a _____ mm³.
7 964 120 000 cm³; 7 964 120 000 000 mm³

Para finalizar, podem ser comparados esses resultados para perceberem as relações entre as unidades de medida de volume e capacidade, destacando suas relações com os centímetros cúbicos, podendo ser questionado, por exemplo, qual a equivalência entre o dm³ e o L, que pelos exercícios 2 e 4 é possível perceber que 1 dm³ corresponde a 1 L, ou ainda perceber pelo exercício 3 que, 1 mL corresponde a 1 cm³.

5ª sequência didática: Multiplicação e divisão de números naturais e decimais com multiplicador e divisor natural

Serão resolvidos e elaborados problemas de multiplicação e divisão com números naturais e decimais finitos com resto zero. Para tanto, serão realizadas atividades envolvendo multiplicadores e divisores naturais, utilizando estratégias de cálculo diversas.

Relação entre BNCC, objetivos e conteúdos

Objeto de conhecimento	Problemas: multiplicação e divisão de números racionais cuja representação decimal é finita por números naturais
Habilidade	<ul style="list-style-type: none"> (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.
Objetivos de aprendizagem	<ul style="list-style-type: none"> Resolver e elaborar problemas de divisão com números naturais e decimais com divisor natural. Resolver e elaborar problemas de multiplicação com números naturais e decimais com multiplicador natural. Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão, utilizando estratégias de cálculo diversas.
Conteúdos	<ul style="list-style-type: none"> Divisão com números naturais e decimais com divisor natural Multiplicação com números racionais e decimais com multiplicador natural

Materiais e recursos

- 1 folha de papel sulfite com a atividade impressa (Etapa 1) para cada trio
- 1 folha de papel sulfite com a atividade impressa (Etapa 2) para cada trio

Desenvolvimento

- Quantidade de aulas: 2 aulas

Aula 1

Esta sequência didática será composta por quatro etapas: duas em cada aula.

- Etapa 1:** Solicitar que os estudantes se organizem em trios. Entregar para cada trio a folha de papel com a atividade impressa e solicitar que coloquem seus nomes. Os trios deverão responder os exercícios abaixo, relacionados à divisão, deixando claro que poderão ser resolvidos por diferentes estratégias de cálculos, desde que seja explicado na folha de atividade o procedimento realizado.

- A senha de um cofre de uma empresa é igual à soma de todos os números naturais (até o número 20), que são divisores de 20 em uma divisão exata. Qual é a senha? Para descobrir, complete a tabela a seguir, anotando os valores de quociente e resto em cada caso.

Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
20	1		
20	2		
20	3		
20	4		
20	5		
20	6		
20	7		
20	8		
20	9		
20	10		
20	11		
20	12		
20	13		
20	14		
20	15		
20	16		
20	17		
20	18		
20	19		
20	20		

Resposta sugerida:

A senha é $1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 20 = 42$, conforme tabela abaixo:

Dividendo	Divisor	Quociente	Resto
20	1	20	0
20	2	10	0
20	3	18	2
20	4	5	0
20	5	4	0
20	6	3	2
20	7	2	6
20	8	2	4
20	9	2	2
20	10	2	0
20	11	1	9
20	12	1	8
20	13	1	7
20	14	1	6
20	15	1	5
20	16	1	4
20	17	1	3
20	18	1	2
20	19	1	1
20	20	1	0

2. Na imagem abaixo, circule os números cujo resto da divisão é igual a zero somente para números que são divisíveis por 1 e por eles mesmos.

SETEMBRO						
DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

Ilustra Cartoon

Os números que devem ser circulados são 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 e 29.

3. Complete a tabela abaixo, calculando a divisão de cada número por 11,4, até o resto da divisão ser igual a zero:

Divisores	Quociente
2	
3	
4	
5	
6	

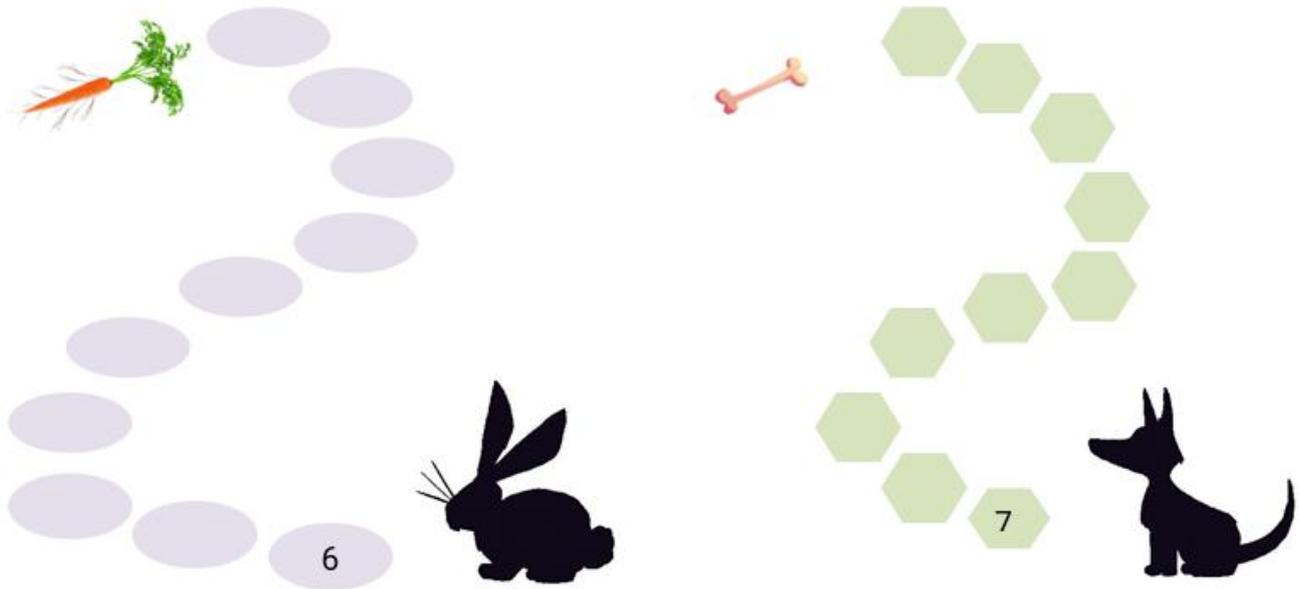
5,7 – 3,8 – 2,85 – 2,28 – 1,9

4. Calcule quanto cada pessoa ganhará se forem divididos 29,90 reais entre 2, 5, 10, 13 e 23 pessoas.

29,90 : 2 = 14,95 reais; 29,90 : 5 = 5,98 reais; 29,90 : 10 = 2,99 reais; 29,90 : 13 = 2,30 reais; 29,90 : 23 = 1,30 real.

- **Etapa 2:** Entregar outra folha de papel sulfite com as questões e solicitar que, com os mesmos trios, coloquem seus nomes e respondam os exercícios a seguir, relacionados à multiplicação. Assim como nos exercícios relacionados à divisão (da Etapa 1), estes exercícios poderão ser resolvidos por diferentes estratégias de cálculos, desde que seja explicado, na folha de atividade, o procedimento realizado.

1. Calcule os 9 primeiros múltiplos dos números 6 e 7 (ou seja, calcule as tabuadas dos números 6 e 7), para que o coelho chegue até sua cenoura e o cachorro até seu osso.



Giz de Cera/Tel Coelho; Studio Caparroz; Estúdio Ornitorrinco.

Resposta sugerida: coelho: 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60; cachorro: 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70.

2. Bruna tem 4 primos com idades que formam uma sequência de números múltiplos de 3. Qual a idade de cada um dos 4 primos, sabendo que as meninas são as mais novas, a prima mais nova possui 21 anos e que o primo mais velho é o que está mais próximo dela?



NID Possibilidades Ilustradas

Em sentido anti-horário: 24 anos, 27 anos e 30 anos.

Para resolver esse exercício, em primeiro lugar os alunos devem identificar que, se a prima mais nova possui 21 anos, então o número múltiplo de 3 que resulta em 21 é o 7. Logo a idade da prima mais nova pode ser representada por $3 \times 7 = 21$; assim, a outra prima possui $3 \times 8 = 24$, ou seja, 24 anos; o outro primo tem $3 \times 9 = 27$, ou seja, 27 anos; e o primo mais velho possui $3 \times 10 = 30$, ou seja, 30 anos.

3. Ligue as fichas abaixo cujos resultados das multiplicações sejam iguais:

$2,5 \times 2$	$3,6 \times 3$	$5,25 \times 7$
----------------	----------------	-----------------

$12,25 \times 3$	$1,25 \times 4$	$1,2 \times 9$
------------------	-----------------	----------------

Verificar quais multiplicações possuem os mesmos. Assim, obtém-se a seguinte resposta:

$2,5 \times 2$	$3,6 \times 3$	$5,25 \times 7$
----------------	----------------	-----------------

$12,25 \times 3$	$1,25 \times 4$	$1,2 \times 9$
------------------	-----------------	----------------



4. Qual o preço de uma roupa, em reais, sabendo que é, ao mesmo tempo, o maior múltiplo de 25,50 e de 12,75 menor que 100?

Para responder esse exercício, os alunos devem realizar as multiplicações de 25,50 por 1; por 2; por 3 etc., até obter o resultado máximo de 100. E devem fazer o mesmo para 12,75. Assim, tem-se: $25,5 \times 1 = 25,50$; $25,5 \times 2 = 51$; $25,50 \times 3 = 76,50$; $25,50 \times 4 = 102$ e $12,75 \times 1 = 12,75$; $12,75 \times 2 = 25,50$; $12,75 \times 3 = 38,25$; $12,75 \times 4 = 51$; $12,75 \times 5 = 63,75$; $12,75 \times 6 = 76,50$; $12,75 \times 7 = 89,25$; $12,75 \times 8 = 102$.

Comparando os valores obtidos, verificamos que, ao mesmo tempo, o maior múltiplo de 25,5 e de 12,75 menor que 100 é 76,50. Portanto, a roupa custa R\$ 76,50.

Durante essas atividades, verificar se as duplas necessitam de algum auxílio ou se apresentam alguma dúvida. Ao se constatar algum erro nas discussões ou anotações dos alunos, explicar para a turma os conceitos necessários. Solicitar que, ao final da aula, entreguem as atividades.

Avaliação

A observação do professor na discussão dos trios enquanto respondem às questões relacionadas à divisão e à multiplicação pode ser um instrumento avaliativo para analisar a compreensão dos alunos sobre o tema.

Os comentários do professor durante a observação no desenvolvimento dessas atividades podem servir como autoavaliação para os alunos, pois eles poderão analisar, em suas atividades, se estão, por exemplo, cometendo o erro comentado.

Além disso, com as atividades entregues pelos alunos, o professor pode verificar quais estratégias de cálculo utilizaram para resolver os problemas de divisão e multiplicação: cálculo por estimativa, cálculo mental ou por algoritmos. Com as atividades, pode planejar as aulas futuras para explicar de outras formas os erros cometidos pelos trios.

Para trabalhar dúvidas

Caso algum aluno apresente dificuldades nas atividades, procurar delimitar a dúvida e auxiliá-lo nessa superação. Em caso de dificuldades com multiplicações, solicitar que calculem tabuadas individualmente ou em duplas, em que um aluno faz a pergunta ao outro, de forma a trabalhar com múltiplos de números naturais.

Para dúvidas sobre decimais, trabalhar com dinheiro sem valor, por exemplo, em problemas que se assemelham a situações reais como:

- 1 kg de feijão custa 4,90 reais; então 5 kg custam quanto?

Para resolver questões como essa, o aluno deve multiplicar o custo unitário pela quantidade total. Neste caso, $5 \times 4,90 = 24,50$. Isto é, 5 kg de feijão custam 24,50 reais.

- 10 kg de arroz custam 26,40 reais; quanto custa cada kg de arroz?

Para resolver questões como essa, o aluno deve dividir o custo total pelo valor total, para, assim, obter o custo unitário. Neste caso, $26,40 : 10 = 2,64$. Isto é, cada kg de arroz custa 2,64 reais.

Aula 2

Iniciar esta aula discutindo as dificuldades e erros identificados nas atividades entregues na aula anterior e fazendo uma breve revisão utilizando como referência esses materiais desenvolvidos na Aula 1.

- **Etapa 3:** Na atividade desta aula, os estudantes irão jogar um jogo da velha diferente. Para tanto, antes de iniciarem a cópia do jogo da velha, solicitar que se sentem em duplas e decidam quem será “O” e quem será “X” no jogo. Em seguida, explicar que devem realizar os cálculos para identificar qual número deixa resto zero (considerando até duas casas decimais) em cada um dos casos a seguir, e fazer “O” ou “X” conforme indicado em cada enunciado. Sugerir aos estudantes que ambos realizem todos os cálculos para conferir os resultados obtidos pelo outro jogador.

1. Faça “O” para números divisíveis por 4 e “X” para números divisíveis por 3. Quem ganhou: “O” ou “X”?

24,4	123,3	18,3
8	92	63,3
12,3	16	50

Fazer “O” em **24,4, 123,3, 8, 92, 16** e **50**. Fazer “X” em **18,3, 63,3** e **12,3**. A divisão de 24,4; 8; 92; 16 e 50 por 4 possui resto zero, e a divisão de 123,3; 18,3; 63,3 e 12,3 por 3 possui resto zero. Logo, ganhou “O”.

2. Faça “O” para múltiplos de 6 e “X” para múltiplos de 7. Quem ganhou: “O” ou “X”?

24,6	49	14,49
48	18,12	49,21
28	60	70

Fazer “O” em **24,6; 48; 18,12 e 60**. Fazer “X” em **49; 14,49; 49,21; 28 e 70**. Perceber que, para obter os resultados, devem realizar divisões. A divisão de 24,6; 48; 18,12; e 60 por 6 possui resto zero e a divisão de 49; 14, 49; 49, 21; 28 e 70 por 7, possui resto zero. Logo, ganhou o “X”.

Durante o desenvolvimento dessa atividade, verificar se os alunos estão obtendo as respostas corretas.

- **Etapa 4:** Cada dupla deve elaborar um jogo da velha, como o resolvido na Etapa 3, para ser resolvido por outra dupla.

Para elaborarem os jogos devem, primeiro, definir os dois números que serão trabalhados, qual corresponderá a “O” e qual corresponderá ao “X” (escrever e entregar estas definições juntamente com o jogo da velha que será elaborado). Depois, pensar nos divisores/múltiplos destes dois números, que serão anotados em cada célula da tabela que representa o jogo da velha.

Ao terminarem de elaborar os jogos, trocar os jogos entre as duplas para poderem corrigir os cálculos. Em seguida, devem passar para outra dupla jogar, atentando para que esta não pegue o próprio jogo que elaborou.

Avaliação

Nas atividades desta aula, você pode verificar a compreensão dos alunos quanto aos conceitos de multiplicação e divisão com números naturais e decimais com divisor natural durante a resolução e elaboração de um jogo da velha.

A correção do jogo por outra dupla pode servir como avaliação para os alunos, ao discutirem com suas duplas cada cálculo do jogo, identificando critérios a serem considerados na elaboração de exercícios de multiplicação e divisão.

Além disso, analisar as formas avaliativas tanto da Aula 1 quanto da Aula 2, buscando nas falas, atitudes e atividades entregues pelos alunos, indícios de terem atingido ou não os objetivos de aprendizagem associados aos instrumentos e possíveis erros ou dúvidas comuns para serem revisados ou explicados de maneiras diferentes em aulas futuras.

Ampliação

Para trabalhar multiplicação e divisão exata, pode-se propor um jogo que deverá ser realizado em duplas. Para tanto, deve ser entregue a cada dupla um conjunto de fichas com números decimais, como as apresentadas abaixo, que serão os valores do **multiplicando** em cada caso:

0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
0,6	0,7	0,8	0,9	1,1
1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
1,7	1,8	1,9	2,1	2,2

Também devem ser entregues fichas com números naturais, como as mostradas abaixo, que serão os valores dos **multiplicadores**:

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10
11	12	13	14	15
16	17	18	19	20

Os dois conjuntos de fichas devem ser embaralhados e colocados sobre a mesa com os números voltados para baixo. Os dois jogadores devem combinar um número entre 1 e 9, que será o **divisor** ao longo do jogo. Após combinarem esse número, o primeiro jogador deve virar uma ficha de cada conjunto e multiplicar os resultados. Em seguida, deve verificar se o resultado obtido é divisível pelo número escolhido por eles no início do jogo (o divisor). Caso não seja, deve continuar na mesma posição. Caso seja divisível, o jogador avançará uma casa no tabuleiro abaixo. Cada aluno da dupla precisará de uma peça para se deslocar pelo tabuleiro, que pode ser uma borracha, por exemplo.

SAÍDA	Jogador 2	1º	2º	3º	4º	5º	6º	CHEGADA
	Jogador 1	1º	2º	3º	4º	5º	6º	

Em seguida, é a vez do outro jogador, que deve seguir os mesmos procedimentos, considerando o mesmo divisor combinado.

Ganha quem chegar primeiro no fim do tabuleiro (CHEGADA).

A seguir, um exemplo de uma partida: se o divisor combinado for 3, a primeira ficha virada for 0,9 e a segunda for 6, a resposta da multiplicação será 5,4. Como a divisão de 5,4 por 3 é exata, o número é divisível por 3, então o jogador deve avançar uma casa no tabuleiro. E, assim, seguem-se os mesmos procedimentos em todas as rodadas, até um jogador chegar à linha de CHEGADA.

Proposta de acompanhamento da aprendizagem

Avaliação de Matemática: 2º trimestre

Nome: _____

Turma: _____ Data: _____

1. Observando as figuras geométricas espaciais abaixo, podemos afirmar que:

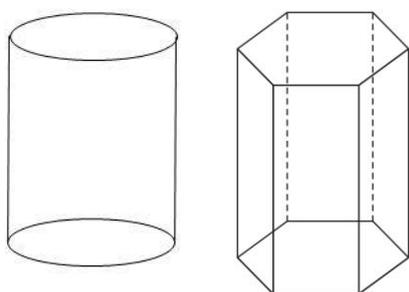


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) são prismas e possuem o mesmo número de faces.
- (B) possuem duas bases e a segunda possui faces quadrangulares.
- (C) são cilindros e a primeira possui face arredondada.
- (D) possuem uma base e o mesmo número de faces.

2. Três amigos, Carla, Maurício e Joaquim, mediram suas massas em uma balança e descobriram que formam uma sequência de números múltiplos de 4. Sabendo que a menor massa é a de Carla e a maior é a de Maurício, conforme imagem abaixo, qual é o valor da massa dos outros dois amigos?



Carla: 48 kg

Maurício

Joaquim

Alan Carvalho

Três pessoas com massas diferentes e seus respectivos nomes.

- (A) A massa de Maurício é de 56 kg e a massa de Joaquim é de 52 kg.
- (B) A massa de Maurício é de 52 kg e a massa de Joaquim é de 56 kg.
- (C) A massa de Maurício é de 60 kg e a massa de Joaquim é de 72 kg.
- (D) A massa de Joaquim é de 72 kg e a massa de Maurício é de 60 kg.

3. Observe os polígonos na malha quadriculada abaixo:



Ilustração elaborada pelo autor

Considere que cada quadradinho possui área de 100 cm^2 , isto é, que cada lado do quadradinho mede 10 cm . Com essas informações, é correto afirmar que:

- (A) as áreas dos polígonos são iguais e medem 500 cm^2 .
- (B) os perímetros dos polígonos são iguais e medem 120 cm .
- (C) as áreas e os perímetros dos polígonos são iguais e medem, respectivamente, 500 cm^2 e 120 cm .
- (D) as áreas e os perímetros dos polígonos são diferentes, sendo que a área do polígono 1 mede 500 cm^2 e o perímetro mede 500 cm , e que a área do polígono 2 mede 700 cm^2 e o perímetro mede 700 cm .

4. As imagens abaixo são, respectivamente, planificações de:

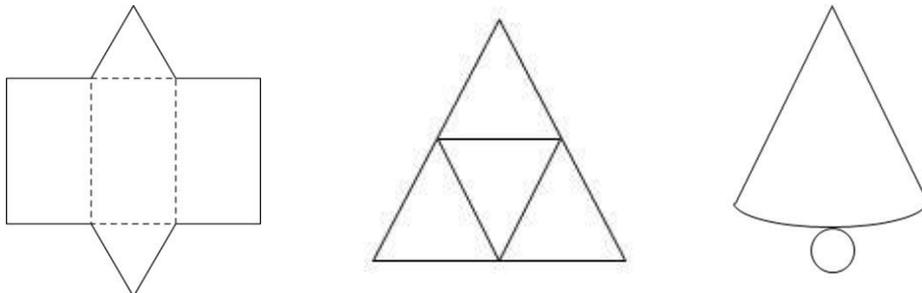


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) cone, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular.
- (B) pirâmide de base triangular, prisma de base triangular e cone.
- (C) cone, pirâmide de base triangular e prisma de base triangular.
- (D) prisma de base triangular, pirâmide de base triangular e cone.

5. Analisando a imagem abaixo, pode-se afirmar que:

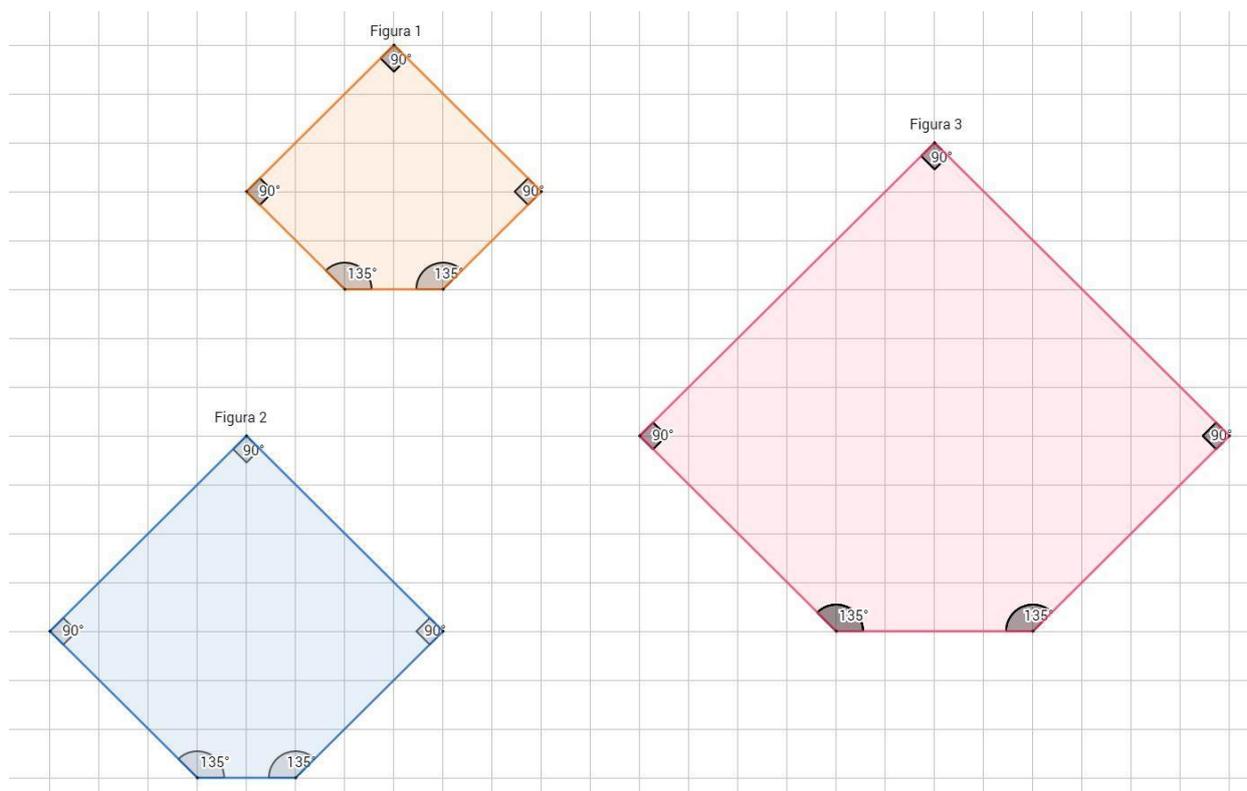


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) a figura 1 é uma redução das figuras 2 e 3.
- (B) a figura 3 é uma ampliação da figura 2.
- (C) a figura 1 é uma redução da figura 3.
- (D) a figura 3 é uma ampliação das figuras 1 e 2.

6. Considere que cada lado de um piso quadrado mede 25 cm e que serão colocados 35 pisos para cobrir todo o chão de dois quartos, como os representados nas figuras abaixo:

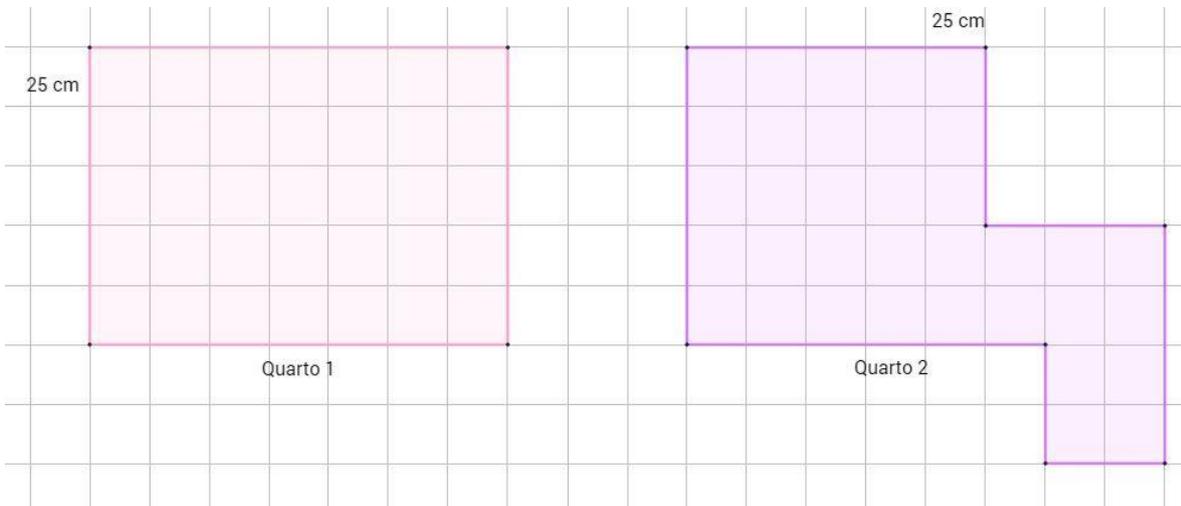


Ilustração elaborada pelo autor

Qual é o valor da área e do perímetro de cada quarto?

- (A) Quarto 1: 21 875 cm²; 600 cm. Quarto 2: 21 875 cm²; 750 cm.
- (B) Quarto 1: 600 cm²; 21 875 cm. Quarto 2: 750 cm²; 21 875 cm.
- (C) Quarto 1: 21 875 cm; 600 cm. Quarto 2: 21 875 cm²; 600 cm.
- (D) Quarto 1: 600 cm²; 21 875 cm. Quarto 2: 750 cm²; 21 875 cm.

7. Sendo o polígono 2 abaixo uma ampliação do polígono 1, é verdade que:

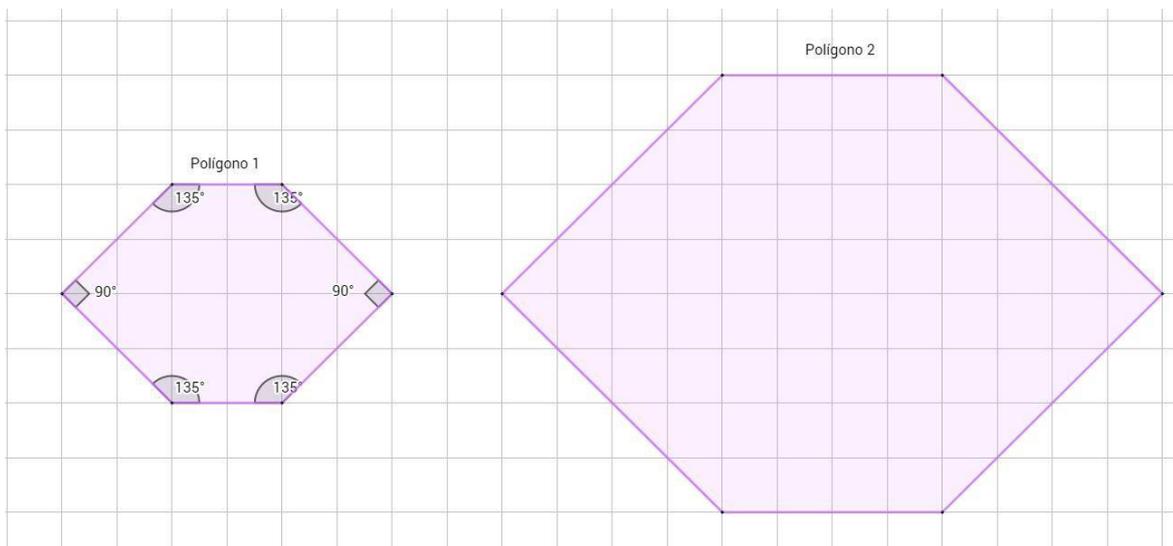


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) os lados e ângulos do polígono 2 medem o quádruplo do polígono 1.
- (B) os lados do polígono 2 medem o quádruplo do polígono 1 e os seus ângulos são congruentes.
- (C) os lados do polígono 2 medem o dobro do polígono 1 e os seus ângulos são congruentes.
- (D) os lados e ângulos do polígono 2 medem o dobro do polígono 1.

8. Sabendo que em uma caixa cabem 48 cubos, como mostrado na figura abaixo, e que cada cubo tem 1 cm^3 de área:

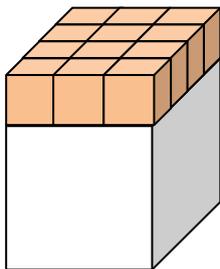


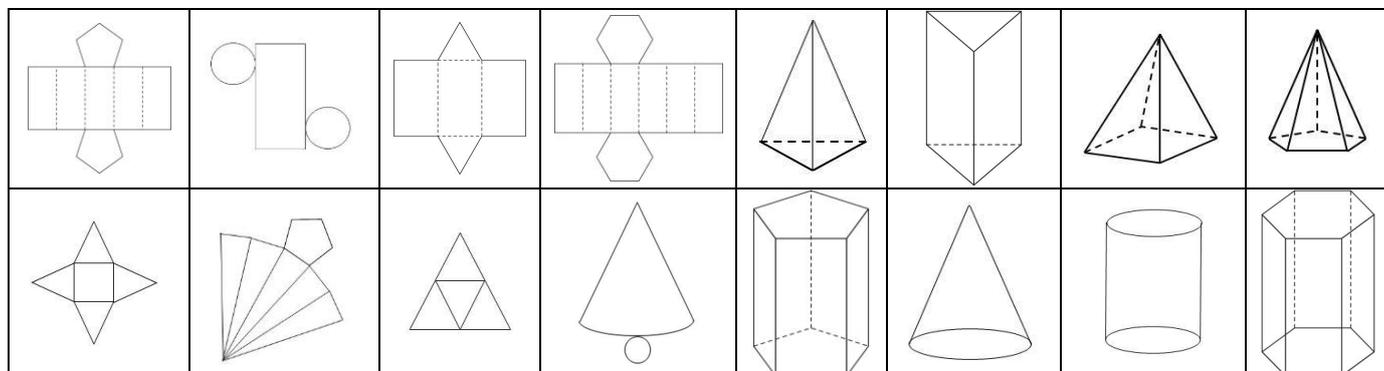
Ilustração elaborada pelo autor
Caixa preenchida com cubos.

Qual o volume dessa caixa e quantos cubos estão escondidos?

- (A) 48 cm^3 ; 12.
 - (B) 48 cm^2 ; 12.
 - (C) 48 cm^3 ; 36.
 - (D) 48 cm^2 ; 36.
9. No jogo da velha abaixo, faça “O” para múltiplos de 3 e “X” para múltiplos de 5. Quem ganhou: “O” ou “X”?

18	85	190
48	222	425
55	144	70

10. Circule a planificação e a imagem que representam a figura geométrica espacial com as seguintes especificações: tem o mesmo número de bases de uma pirâmide e face arredondada.

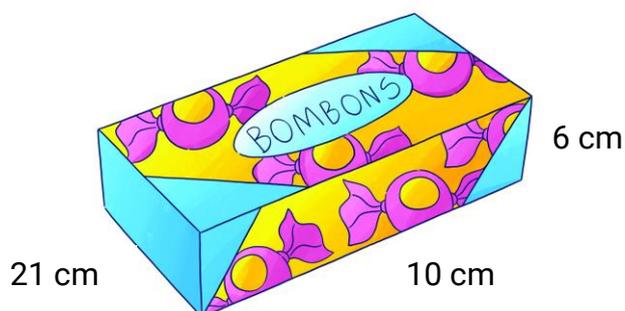


Ilustrações elaboradas pelo autor

11. Verifique quais afirmativas abaixo são verdadeiras (V) e quais são falsas (F):

- () $22,3 \times 4$ é equivalente a calcular $44,6 \times 2$.
- () $15,18 \times 3$ é equivalente a calcular $5,6 \times 3$.
- () $12,8 : 4$ é equivalente a calcular $3,2 : 4$.
- () $36,16 : 8$ é equivalente a calcular $72,32 : 16$.

12. Em sua aula de Matemática, Carlos mediu a largura, o comprimento e a altura de uma caixa de chocolate e registrou as seguintes medidas:



Waldomiro Neto
Caixa de chocolate.

A professora de Carlos disse que ele trocou algumas medidas. Identifique os erros e, considerando cubos de área de 1 cm^3 , preencha corretamente a tabela abaixo:

Medidas da caixa de chocolate				
Largura (cm)	Comprimento (cm)	Altura (cm)	Volume (cm^3)	Distribuindo em 6 camadas, cabem quantos cubos em cada uma, de modo a completar o volume dessa caixa?

13. Complete a tabela a seguir, calculando quanto vai ganhar cada pessoa se forem divididos 20,80 reais entre 2, 4, 5, 8 e 10 pessoas.

Número de pessoas	Valor que cada pessoa vai ganhar em reais
2	
4	
5	
8	
10	

14. Ligue os polígonos que possuem as mesmas áreas ou que possuem os mesmos perímetros.

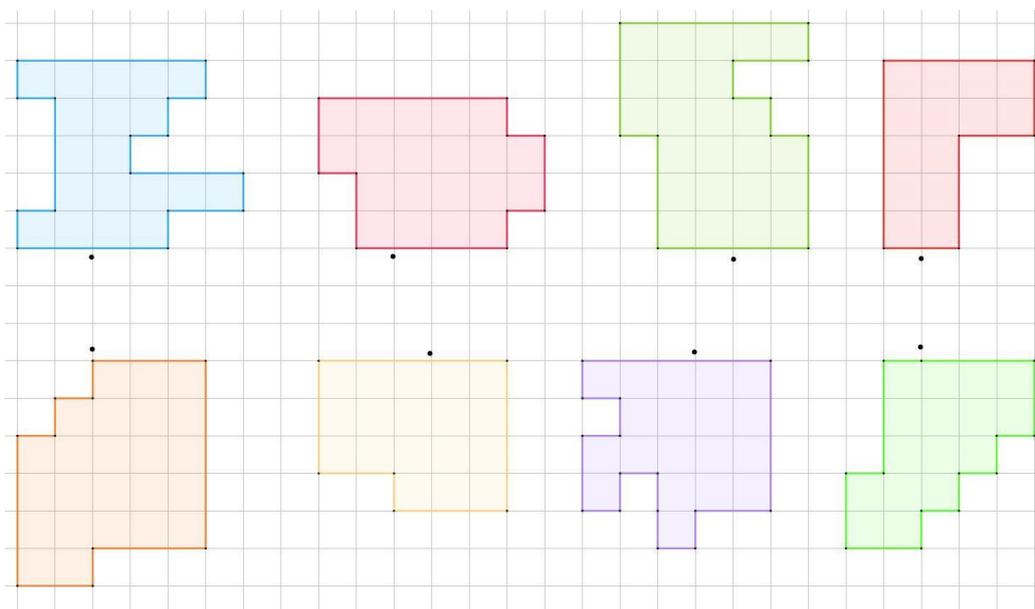
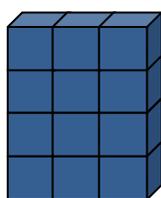
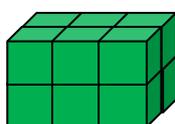


Ilustração elaborada pelo autor

15. Observe os sólidos abaixo:



Sólido



Sólido

Ilustração elaborada pelo autor

Sabendo que a aresta de cada quadradinho mede 1 cm, identifique se as afirmativas abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F).

- () O sólido 1 é composto por 12 cubos.
- () O sólido 2 é composto por 6 cubos.
- () O volume do sólido 1 é igual ao volume do sólido 2.
- () O sólido 1 e o sólido 2 possuem três camadas.
- () O volume do sólido 1 é de 12 cm³.
- () O volume do sólido 2 é de 12 cm³.

16. Considerando as figuras geométricas espaciais às quais as imagens abaixo se assemelham, complete a tabela:



Figura 1

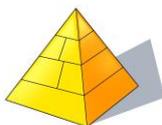


Figura 2



Figura 3



Figura 4



Figura 5

Marcos Machado; MW Editora e Ilustrações; Ilustra Cartoon; Rodrigo Figueiredo/Yancom; Danillo Souza

Figura	Nome da figura geométrica	Número de bases	Possui vértice
1		2	
2	Pirâmide		
3			
4			Não
5			

17. Considerando as medidas dos lados do triângulo e do trapézio que formam o primeiro barco, determine as medidas de cada lado do barco ampliado e anote-as nas linhas a seguir.

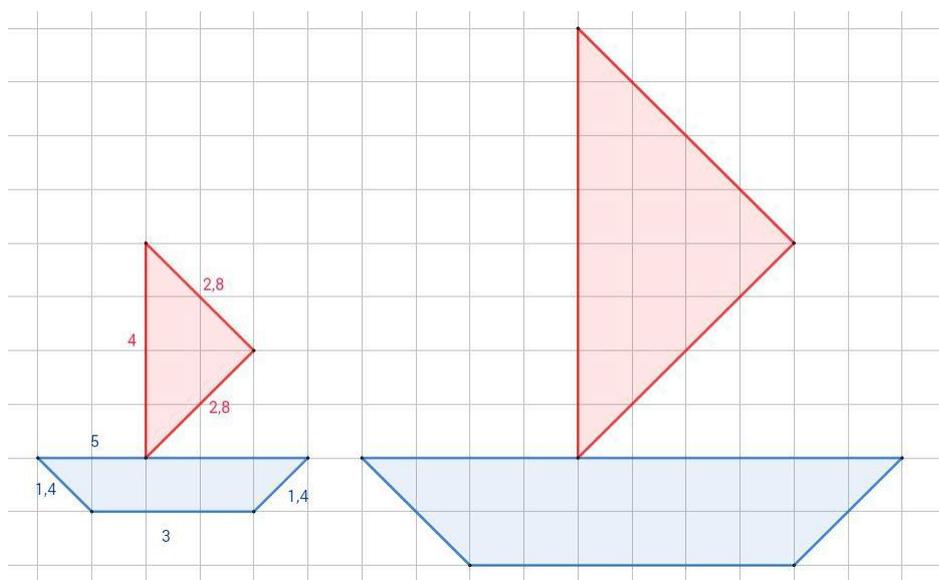


Ilustração elaborada pelo autor

18. Observe os três polígonos na malha quadriculada abaixo:

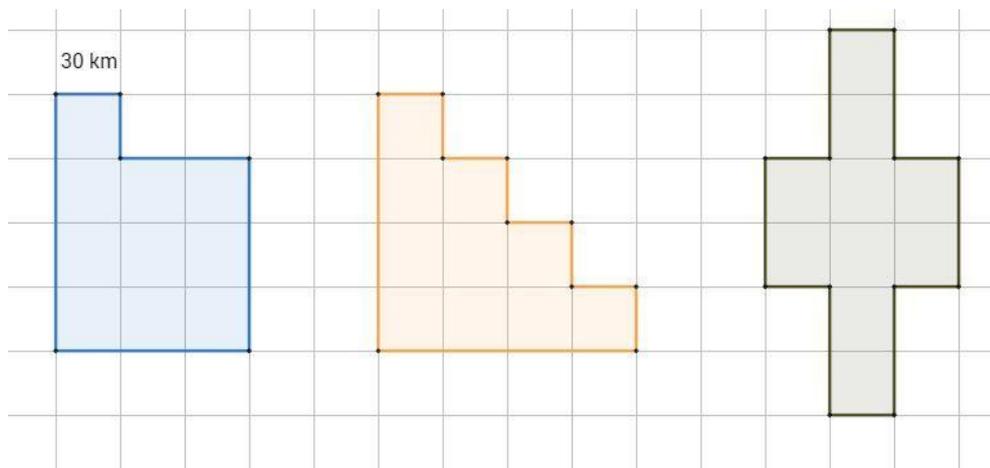


Ilustração elaborada pelo autor

a) As áreas desses três polígonos são iguais ou diferentes?

b) Os perímetros desses três polígonos são iguais ou diferentes?

c) Considerando que cada lado do quadradinho mede 30 km, calcule a área.

19. No espaço disponível na malha quadriculada a seguir, construa a mesma imagem reduzindo seu tamanho pela metade e responda qual é a relação dos ângulos das duas figuras.

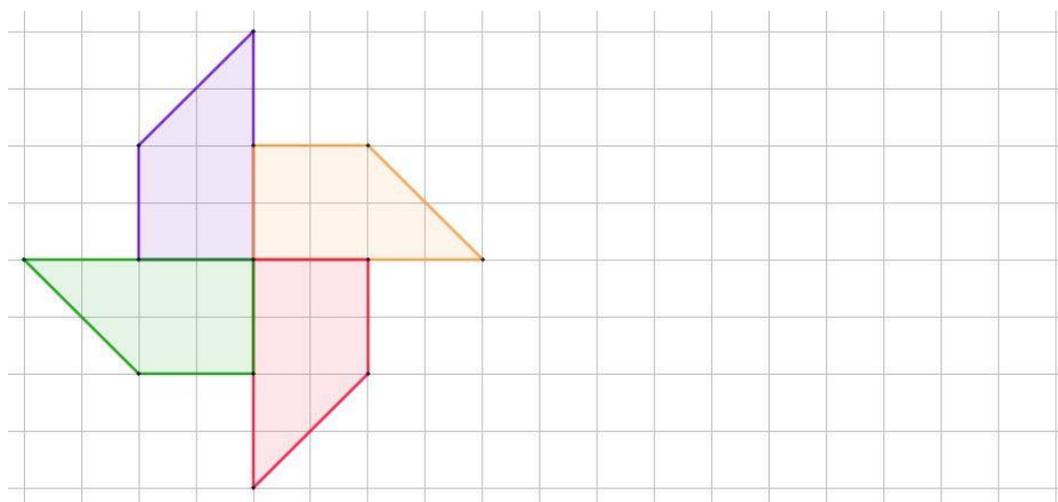


Ilustração elaborada pelo autor

20. Um pedreiro precisa construir um muro ao redor de dois terrenos, com o formato representado pelas figuras abaixo:

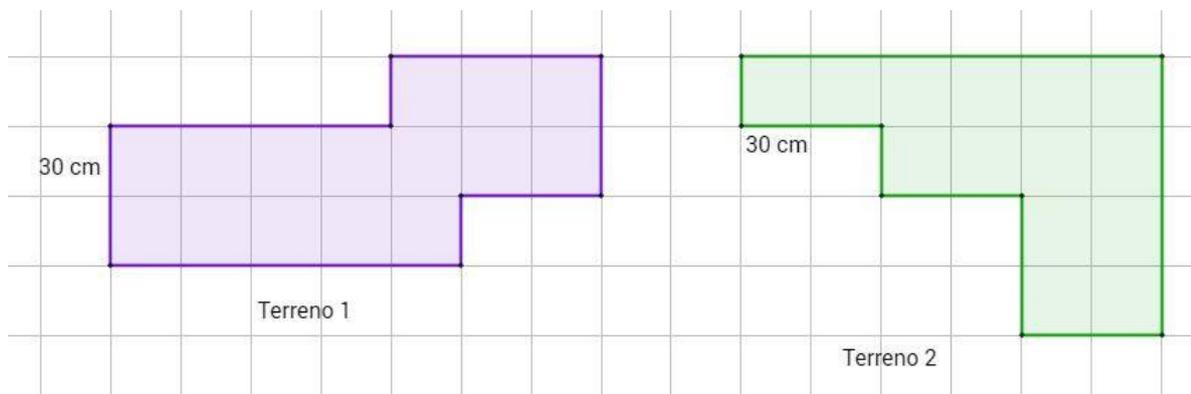


Ilustração elaborada pelo autor

Supondo que ele tenha usado 40 blocos para fazer as duas primeiras fileiras ao redor de todo o terreno 1, responda às questões a seguir:

a) Qual é o perímetro do terreno 1?

b) Qual é a área do terreno 1?

c) Qual é a área do terreno 2?

d) Quantos blocos serão necessários para fazer as duas primeiras fileiras ao redor do terreno 2?

e) Observando suas respostas às questões anteriores, o que se pode concluir sobre os perímetros em relação às áreas dos dois terrenos?

Proposta de acompanhamento da aprendizagem

Avaliação de Matemática: 2º trimestre

Nome: _____

Turma: _____ Data: _____

1. Observando as figuras geométricas espaciais abaixo, podemos afirmar que:

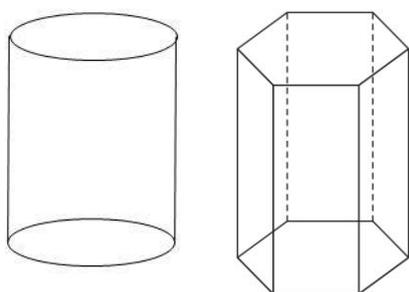


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) são prismas e possuem o mesmo número de faces.
- (B) possuem duas bases e a segunda possui faces quadrangulares.
- (C) são cilindros e a primeira possui face arredondada.
- (D) possuem uma base e o mesmo número de faces.

Habilidade trabalhada: (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Resposta: Alternativa **B**. As duas figuras possuem duas bases e a segunda possui faces quadrangulares, pois é um prisma.

Distratores: A alternativa **A** está incorreta, porque a primeira figura é um cilindro e o número de faces é diferente, pois o primeiro possui 3 faces e o segundo, 8 faces. A alternativa **C** está incorreta, porque a segunda é um prisma. E a alternativa **D** está incorreta, porque ambas possuem duas bases e o número de faces é diferente.

2. Três amigos, Carla, Maurício e Joaquim, mediram suas massas em uma balança e descobriram que formam uma sequência de números múltiplos de 4. Sabendo que a menor massa é a de Carla e a maior é a de Maurício, conforme imagem abaixo, qual é o valor da massa dos outros dois amigos?



Alan Carvalho.

Três pessoas com massas diferentes e seus respectivos nomes.

- (A) A massa de Maurício é de 56 kg e a massa de Joaquim é de 52 kg.
- (B) A massa de Maurício é de 52 kg e a massa de Joaquim é de 56 kg.
- (C) A massa de Maurício é de 60 kg e a massa de Joaquim é de 72 kg.
- (D) A massa de Joaquim é de 72 kg e a massa de Maurício é de 60 kg.

Habilidade trabalhada: (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Resposta: Alternativa **A**. Como Carla tem 48 kg sendo um múltiplo de 4, então sua massa corresponde a 4×12 . Logo, a sequência de múltiplos de 4 que corresponde às massas de Joaquim e Maurício é, respectivamente, $4 \times 13 = 52$ kg e $4 \times 14 = 56$ kg.

Distratores: A alternativa **B** está incorreta, porque as massas do Joaquim e do Maurício estão trocadas. A alternativa **C** está incorreta, porque 60 corresponde à soma de 48 com 12 e 72 à soma de 60 com 12, sendo 12 o múltiplo de 4 que corresponde à massa de Carla. E a alternativa **D** está incorreta, porque novamente as massas estão sendo somadas com 12.

3. Observe os polígonos na malha quadriculada abaixo:



Ilustração elaborada pelo autor

Considere que cada quadradinho possui área de 100 cm^2 , isto é, que cada lado do quadradinho mede 10 cm . Com essas informações, é correto afirmar que:

- (A) as áreas dos polígonos são iguais e medem 500 cm^2 .
- (B) os perímetros dos polígonos são iguais e medem 120 cm .
- (C) as áreas e os perímetros dos polígonos são iguais e medem, respectivamente, 500 cm^2 e 120 cm .
- (D) as áreas e os perímetros dos polígonos são diferentes, sendo que a área do polígono 1 mede 500 cm^2 e o perímetro mede 500 cm , e que a área do polígono 2 mede 700 cm^2 e o perímetro mede 700 cm .

Habilidade trabalhada: (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Resposta: Alternativa **B**. Embora as áreas dos polígonos sejam diferentes, os perímetros são iguais, pois, como cada lado do quadradinho mede 10 cm e os dois polígonos possuem 12 unidades de comprimento, então, $12 \times 10 = 120$, ou seja, 120 cm de perímetro.

Distratores: A alternativa **A** está incorreta, porque a área do polígono 2 é de 700 cm^2 . A alternativa **C** está incorreta, porque as áreas dos polígonos são diferentes e, como cada quadradinho tem área de 100 cm^2 , então a área do polígono 1 é de 500 cm^2 e a área do polígono 2 é de 700 cm^2 . E a alternativa **D** está incorreta, porque os perímetros são iguais e medem 120 cm .

4. As imagens abaixo são, respectivamente, planificações de:

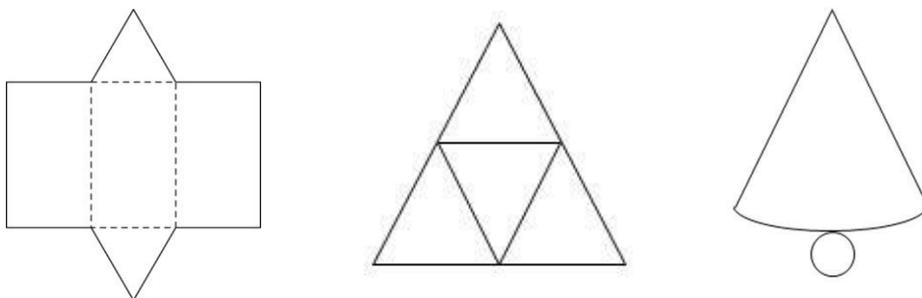


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) cone, prisma de base triangular e pirâmide de base triangular.
- (B) pirâmide de base triangular, prisma de base triangular e cone.
- (C) cone, pirâmide de base triangular e prisma de base triangular.
- (D) prisma de base triangular, pirâmide de base triangular e cone.

Habilidade trabalhada: (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Resposta: Alternativa **D**. Realizando a montagem das figuras, identificamos que elas correspondem corretamente a um prisma de base triangular, uma pirâmide de base triangular e um cone.

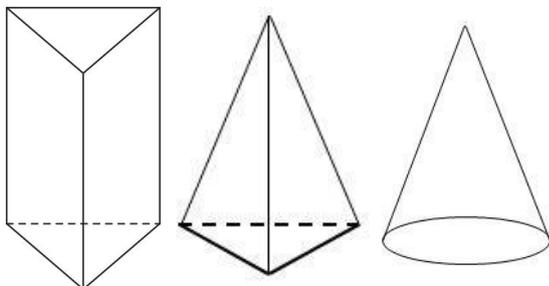


Ilustração elaborada pelo autor

Distratores: A alternativa **A** está incorreta, porque todos os nomes estão trocados. A alternativa **B** está incorreta, porque a primeira é um prisma e a segunda é uma pirâmide. A alternativa **C** está incorreta, porque os nomes da primeira e da terceira figuras estão trocados.

5. Analisando a imagem abaixo, pode-se afirmar que:

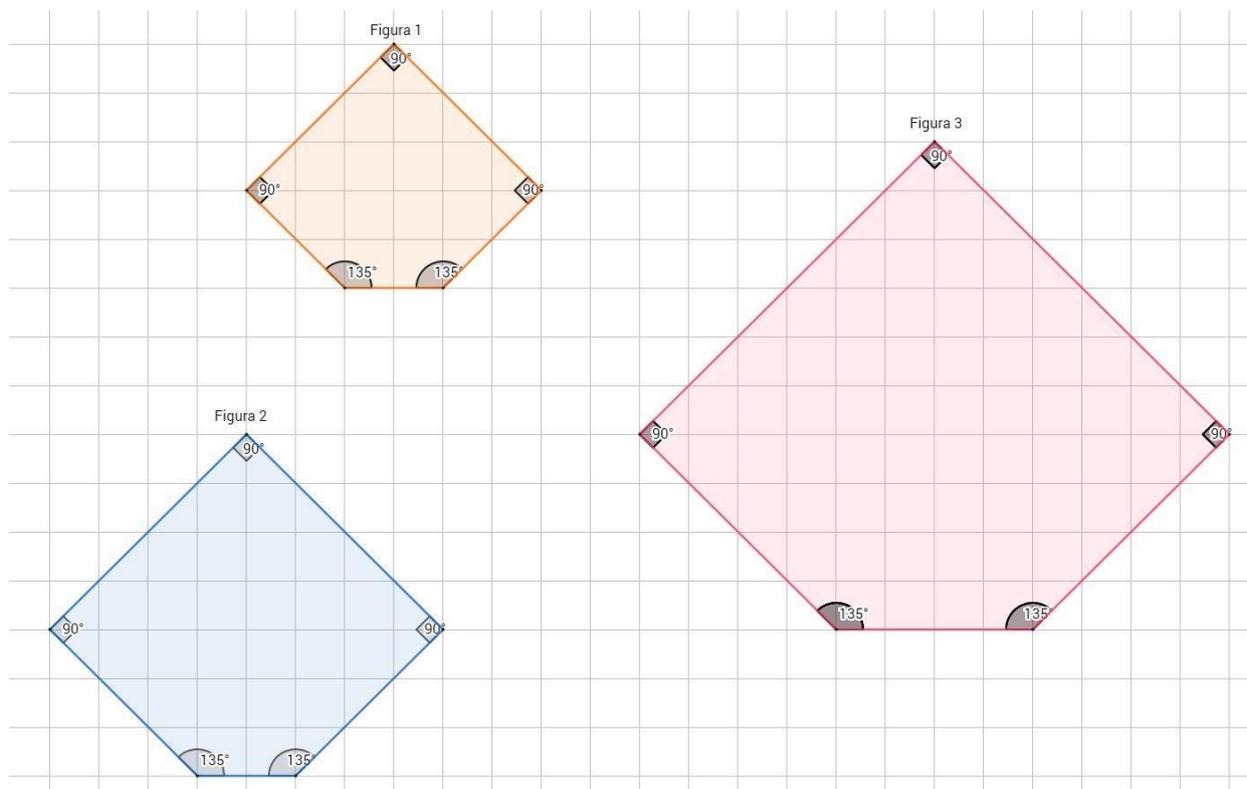


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) a figura 1 é uma redução das figuras 2 e 3.
- (B) a figura 3 é uma ampliação da figura 2.
- (C) a figura 1 é uma redução da figura 3.
- (D) a figura 3 é uma ampliação das figuras 1 e 2.

Habilidade trabalhada: (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Resposta: Alternativa **C**. A figura 1 possui lados correspondentes proporcionais com metade da quantidade de quadradinhos (ou meio quadradinhos) da figura 3 e ângulos congruentes. Portanto, é uma redução da figura 3.

Distratores: A alternativa **A** está incorreta, porque os lados da figura 1 não são todos proporcionais aos lados correspondentes da figura 2; logo a figura 1 não é uma redução da figura 2. A alternativa **B** está incorreta, porque os lados da figura 3 não são todos proporcionais aos lados correspondentes da figura 2; logo a figura 3 não é uma ampliação da figura 2. E a alternativa **D** está incorreta, porque a figura 3 não é uma ampliação da figura 2, pois nem todos os lados são proporcionais.

6. Considere que cada lado de um piso quadrado mede 25 cm e que serão colocados 35 pisos para cobrir todo o chão de dois quartos, como os representados nas figuras abaixo:

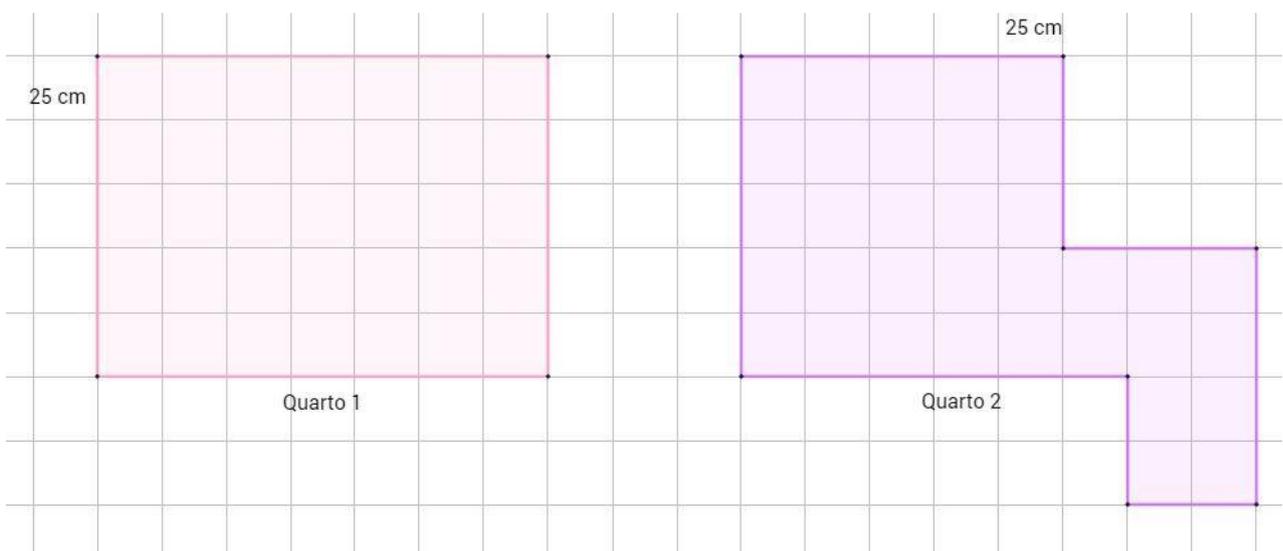


Ilustração elaborada pelo autor

Qual é o valor da área e do perímetro de cada quarto?

- (A) Quarto 1: 21 875 cm²; 600 cm. Quarto 2: 21 875 cm²; 750 cm.
- (B) Quarto 1: 600 cm²; 21 875 cm. Quarto 2: 750 cm²; 21 875 cm.
- (C) Quarto 1: 21 875 cm; 600 cm. Quarto 2: 21 875 cm²; 600 cm.
- (D) Quarto 1: 600 cm²; 21 875 cm. Quarto 2: 750 cm²; 21 875 cm.

Habilidade trabalhada: (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Resposta: Alternativa **A**. Como serão colocados 35 pisos em ambos os quartos, então a área do quarto 1 é igual à área do quarto 2. Como cada piso tem lado medindo 25 cm, então $25\text{ cm} \times 25\text{ cm} = 625\text{ cm}^2$, que corresponde à área de cada piso. Logo, $35 \times 625\text{ cm}^2 = 21\,875\text{ cm}^2$, que corresponde à área total de cada quarto. E sabendo que cada lado do piso mede 25 cm e que o quarto 1 possui 24 unidades de comprimento, então, $24 \times 25\text{ cm} = 600\text{ cm}$, que corresponde ao perímetro do quarto 1. O quarto 2 possui 30 unidades de comprimento, então $30 \times 25\text{ cm} = 750\text{ cm}$, que corresponde ao perímetro do quarto 2.

Distratores: As alternativas **B** e **D** estão incorretas, porque o quarto 1 possui área de 21 875 cm² e perímetro igual a 600 cm, e o quarto 2 possui área de 21 875 cm² e perímetro de 750 cm. E a alternativa **C** está incorreta, porque o quarto 2 possui perímetro de 750 cm.

7. Sendo o polígono 2 abaixo uma ampliação da polígono 1, é verdade que:

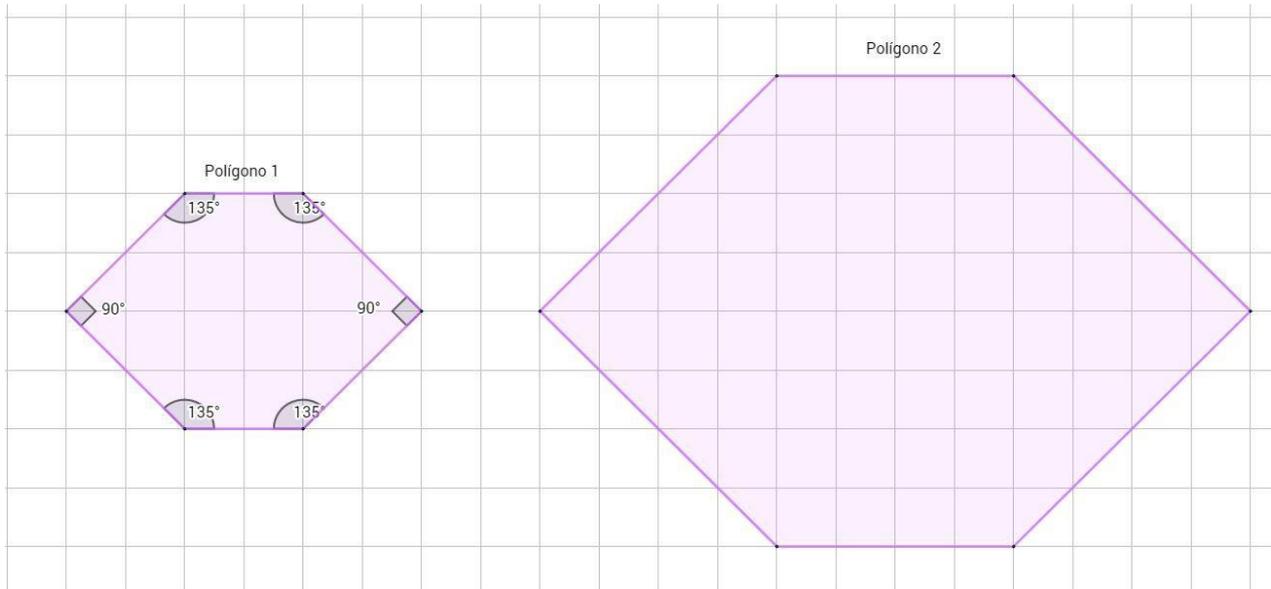


Ilustração elaborada pelo autor

- (A) os lados e ângulos do polígono 2 medem o quádruplo do polígono 1.
- (B) os lados do polígono 2 medem o quádruplo polígono 1 e os seus ângulos são congruentes.
- (C) os lados do polígono 2 medem o dobro do polígono 1 e os seus ângulos são congruentes.
- (D) os lados e ângulos do polígono 2 medem o dobro do polígono 1.

Habilidade trabalhada: (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Resposta: Alternativa **C**. Como o polígono 2 é a ampliação da figura 1, então os ângulos são congruentes e, contando a quantidade de quadradinhos (ou meios quadradinhos) de cada lado correspondente, percebe-se que há o dobro de quadradinhos no polígono 2, se comparado com o polígono 1.

Distratores: A alternativa **A** está incorreta, porque os lados medem o dobro e os ângulos são congruentes. A alternativa **B** está incorreta, porque os lados medem o dobro. E a alternativa **D** está incorreta, porque os ângulos são congruentes.

8. Sabendo que em uma caixa cabem 48 cubos, como mostrado na figura abaixo, e que cada cubo tem 1 cm^3 de área:

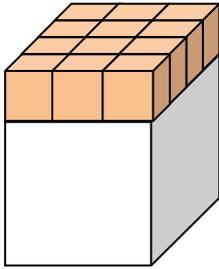


Ilustração elaborada pelo autor
Caixa preenchida com cubos.

Qual o volume dessa caixa e quantos cubos estão escondidos?

- (A) 48 cm^3 ; 12.
- (B) 48 cm^2 ; 12.
- (C) 48 cm^3 ; 36.
- (D) 48 cm^2 ; 36.

Habilidade trabalhada: (EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.

Resposta: Alternativa **C**. $48 \times 1 \text{ cm}^3 = 48 \text{ cm}^3$, que corresponde ao volume da caixa. Pela imagem, 12 cubos estão visíveis, então, como há 48 cubos nesta caixa, $48 - 12 = 36$ cubos que estão escondidos.

Distratores: A alternativa **A** está incorreta, porque 12 corresponde ao número de cubos visíveis. A alternativa **B** está incorreta, porque a unidade de medida de volume é cm^3 e porque 12 cubos correspondem ao número de cubos visíveis. E a alternativa **D** está incorreta, porque a unidade de medida de volume é cm^3 .

9. No jogo da velha abaixo, faça “O” para múltiplos de 3 e “X” para múltiplos de 5. Quem ganhou: “O” ou “X”?

18	85	190
48	222	425
55	144	70

Habilidade trabalhada: (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Resposta sugerida: Para ser múltiplo, o resto da divisão deve ser zero. Portanto, $18 : 3 = 6$, $48 : 3 = 16$, $222 : 3 = 74$, $144 : 3 = 48$ e $85 : 5 = 17$, $190 : 5 = 38$, $425 : 5 = 85$, $55 : 5 = 11$, $70 : 5 = 14$. Logo, "X" ganhou, conforme imagem abaixo:

18	85	190
48	222	425
55	144	70

Ilustração elaborada pelo autor

10. Circule a planificação e a imagem que representam a figura geométrica espacial com as seguintes especificações: tem o mesmo número de bases de uma pirâmide e face arredondada.

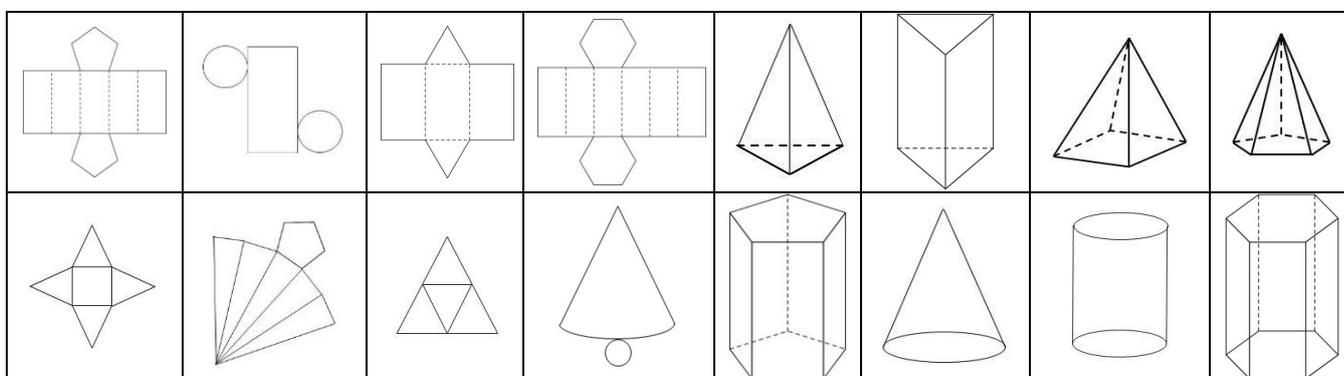


Ilustração elaborada pelo autor

Habilidade trabalhada: (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Resposta sugerida:

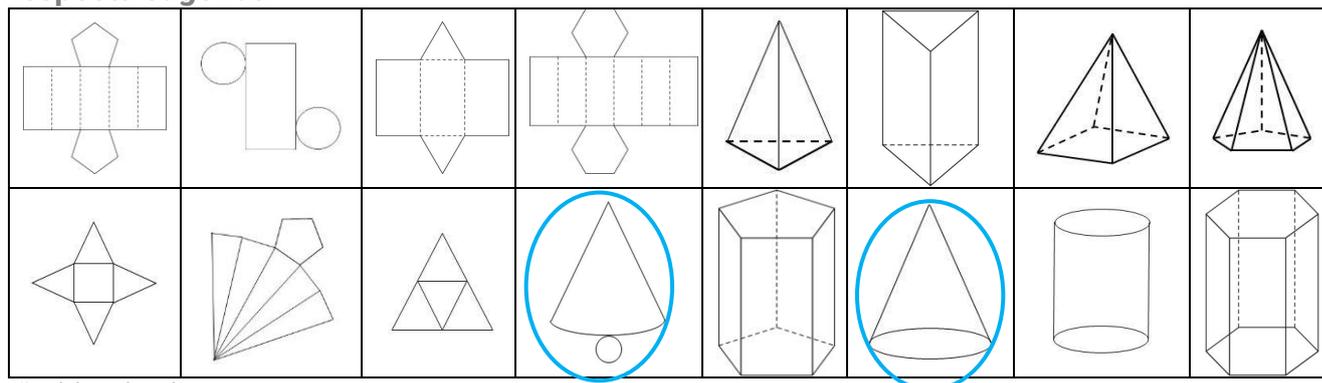


Ilustração elaborada pelo autor

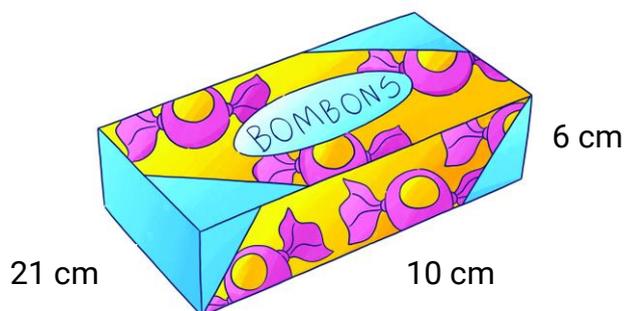
11. Verifique quais afirmativas abaixo são verdadeiras (V) e quais são falsas (F):

- () $22,3 \times 4$ é equivalente a calcular $44,6 \times 2$.
- () $15,18 \times 3$ é equivalente a calcular $5,6 \times 3$.
- () $12,8 : 4$ é equivalente a calcular $3,2 : 4$.
- () $36,16 : 8$ é equivalente a calcular $72,32 : 16$.

Habilidade trabalhada: (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Resposta sugerida: V, F, F, V, pois $22,3 \times 4 = 89,2$ é o mesmo que calcular $44,6 \times 2 = 89,2$, pois 44,6 é múltiplo de 22,3 e 4 é múltiplo de 2; $15,18 \times 3 = 45,54$ é diferente de calcular $5,6 \times 3 = 16,8$; $12,8 : 4 = 3,2$ é diferente de calcular $3,2 : 4 = 0,8$; $36,16 : 8 = 4,52$ é o mesmo que calcular $72,32 : 16 = 4,52$, pois 72,32 é múltiplo de 36,16 e 16 é múltiplo de 8.

12. Em sua aula de Matemática, Carlos mediu a largura, o comprimento e a altura de uma caixa de chocolate e registrou as seguintes medidas:



Waldomiro Neto
Caixa de chocolate.

A professora de Carlos disse que ele trocou algumas medidas. Identifique os erros e, considerando cubos de área de 1 cm^3 , preencha corretamente a tabela abaixo:

Medidas da caixa de chocolate				
Largura (cm)	Comprimento (cm)	Altura (cm)	Volume (cm^3)	Distribuindo em 6 camadas, cabem quantos cubos em cada uma, de modo a completar o volume dessa caixa?

Habilidade trabalhada: (EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.

Resposta sugerida: As medidas que Carlos trocou foram as de comprimento e largura da caixa. Para calcular quantos cubos de área de 1 cm^3 cabem nessa caixa em cada uma das 6 camadas, considerando o volume da caixa que é de $1\ 260 \text{ cm}^3$ e que cada cubo possui 1 cm^3 , dividindo 1 260 por 6, obtemos 210, que corresponde ao número de cubos em cada camada:

Medidas da caixa de chocolate				
Largura (cm)	Comprimento (cm)	Altura (cm)	Volume (cm ³)	Distribuindo em 6 camadas, cabem quantos cubos em cada uma, de modo a completar o volume dessa caixa?
10	21	6	1 260	210

13. Complete a tabela a seguir, calculando quanto vai ganhar cada pessoa se forem divididos 20,80 reais entre 2, 4, 5, 8 e 10 pessoas.

Número de pessoas	Valor que cada pessoa vai ganhar em reais
2	
4	
5	
8	
10	

Habilidade trabalhada: (EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

Resposta: 10,40 – 5,20 – 4,16 – 2,60 – 2,08.

14. Ligue os polígonos que possuem as mesmas áreas ou que possuem os mesmos perímetros.

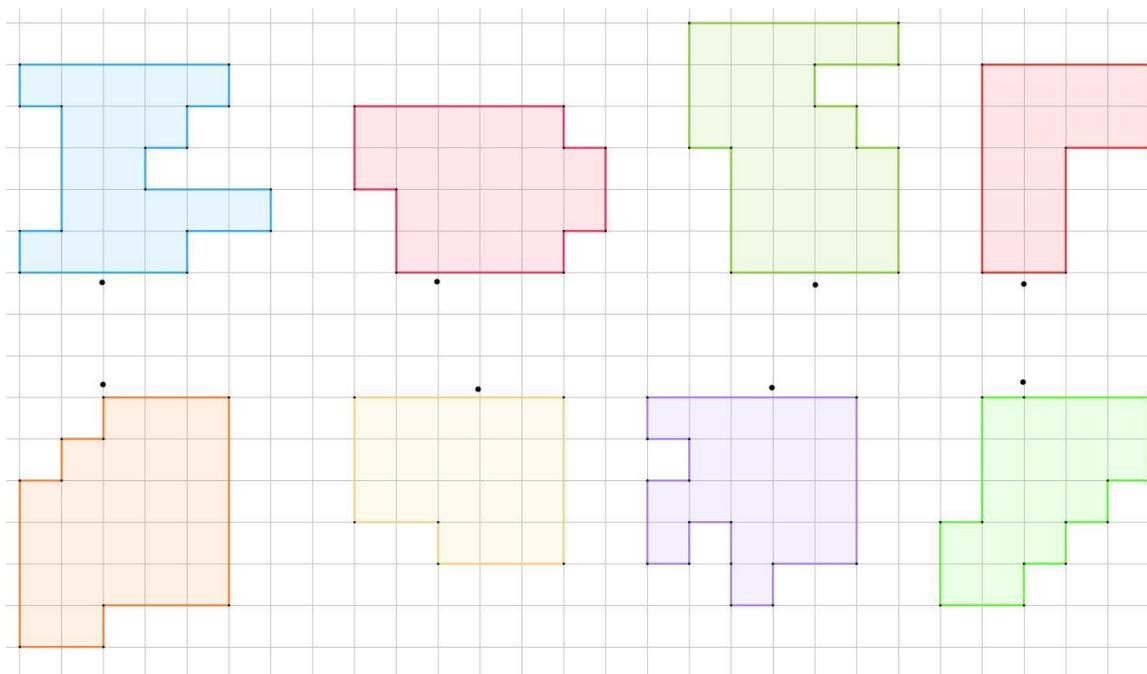


Ilustração elaborada pelo autor

Habilidade trabalhada: (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Resposta sugerida: Na figura abaixo, as retas vermelhas ligam os polígonos que possuem as mesmas áreas, e as retas cinzas ligam os polígonos que possuem os mesmos perímetros.

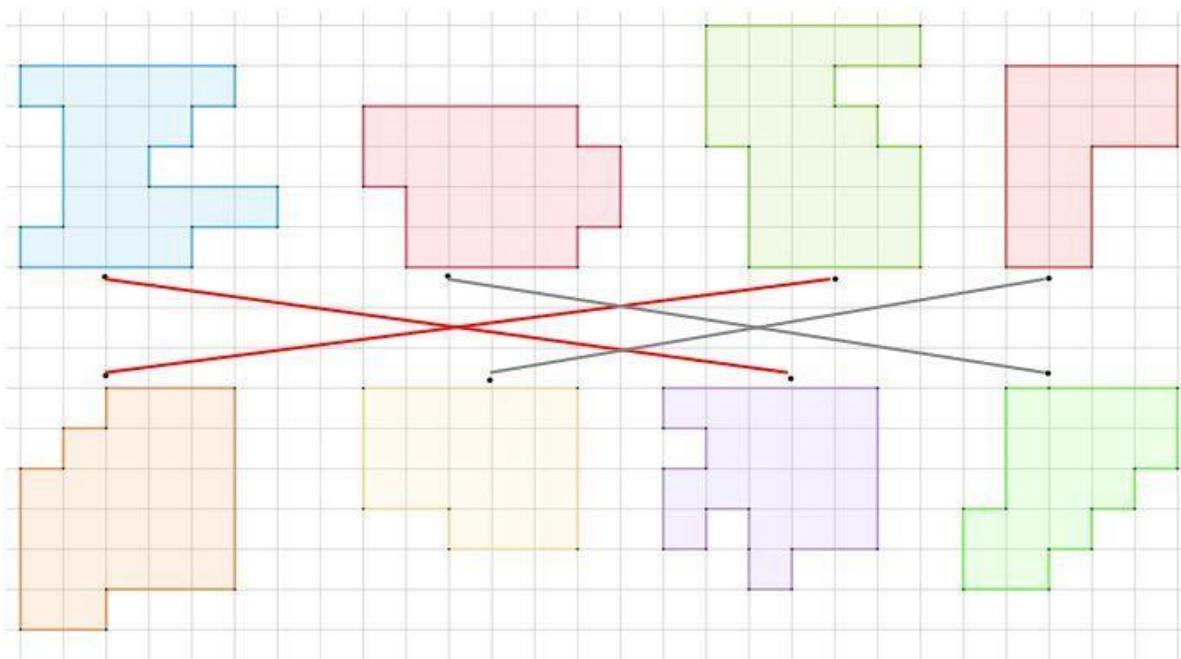
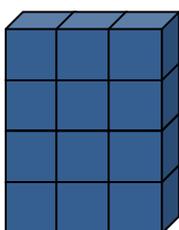
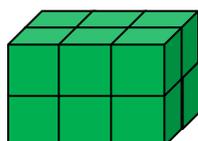


Ilustração elaborada pelo autor

15. Observe os sólidos abaixo:



Sólido 1



Sólido 2

Ilustração elaborada pelo autor

Sabendo que a aresta de cada quadrado mede 1 cm, identifique se as afirmativas abaixo são verdadeiras (V) ou falsas (F).

- () O sólido 1 é composto por 12 cubos.
- () O sólido 2 é composto por 6 cubos.
- () O volume do sólido 1 é igual ao volume do sólido 2.
- () O sólido 1 e o sólido 2 possuem três camadas.
- () O volume do sólido 1 é de 12 cm³.
- () O volume do sólido 2 é de 12 cm³.

Habilidade trabalhada: (EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.

Resposta sugerida: V – F – V – F – V – V.

16. Considerando as figuras geométricas espaciais às quais as imagens abaixo se assemelham, complete a tabela:

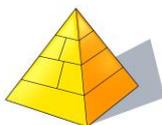


Figura 1

Figura 2

Figura 3

Figura 4

Figura 5

Marcos Machado; MW Editora e Ilustrações; Ilustra Cartoon; Rodrigo Figueiredo/Yancom; Danillo Souza

Figura	Nome da figura geométrica	Número de bases	Possui vértice
1		2	
2	Pirâmide		
3			
4			Não
5			

Habilidade trabalhada: (EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.

Resposta sugerida:

Figura	Nome da figura geométrica	Número de bases	Possui vértice
1	Cilindro	2	Não
2	Pirâmide	1	Sim
3	Prisma	2	Sim
4	Esfera	0	Não
5	Cone	1	Sim

17. Considerando as medidas dos lados do triângulo e do trapézio que formam o primeiro barco, determine as medidas de cada lado do barco ampliado e anote-as no desenho.

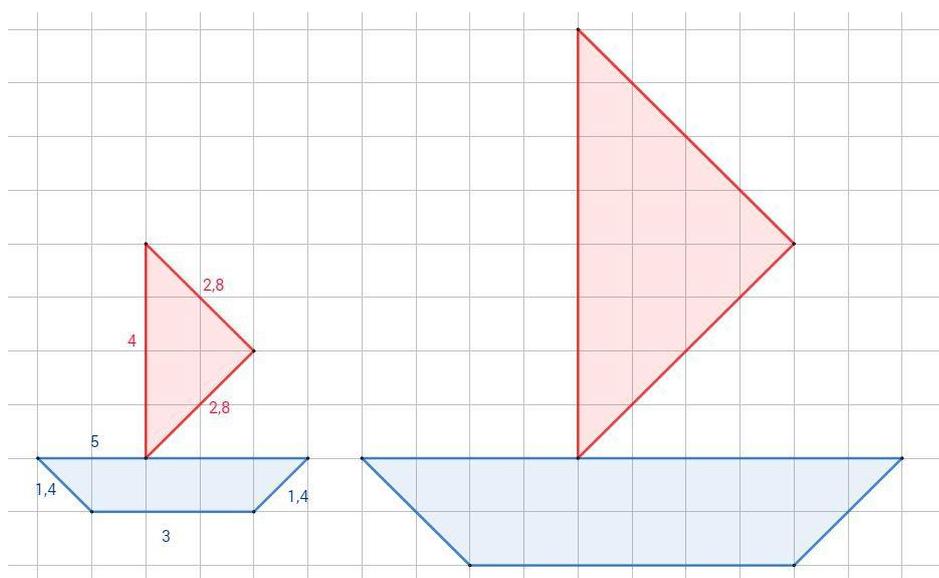


Ilustração elaborada pelo autor

Habilidade trabalhada: (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Resposta sugerida: Como na ampliação foram dobradas as quantidades de quadradinhos (ou meios quadradinhos) em relação ao primeiro barco, obtemos o dobro das medidas para o barco ampliado, conforme figura abaixo:

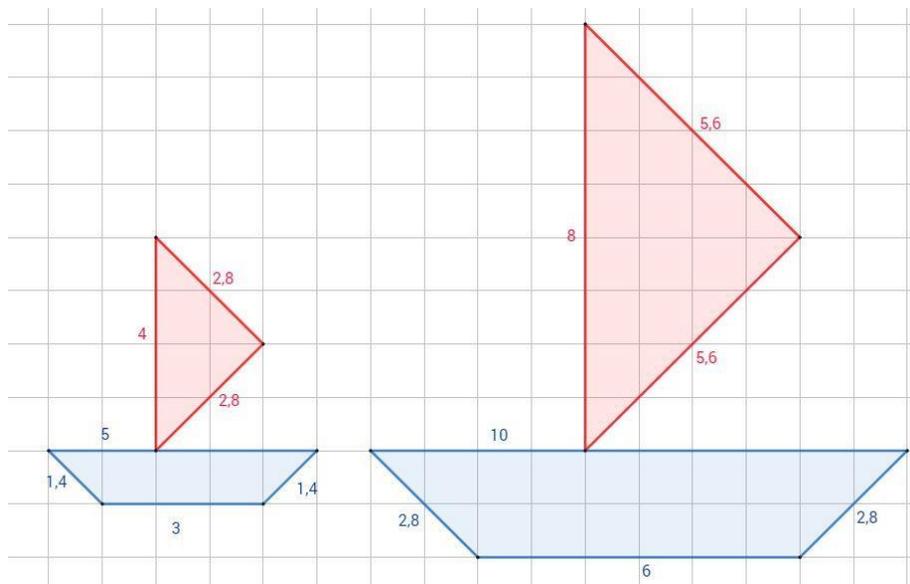


Ilustração elaborada pelo autor

18. Observe os três polígonos na malha quadriculada abaixo:

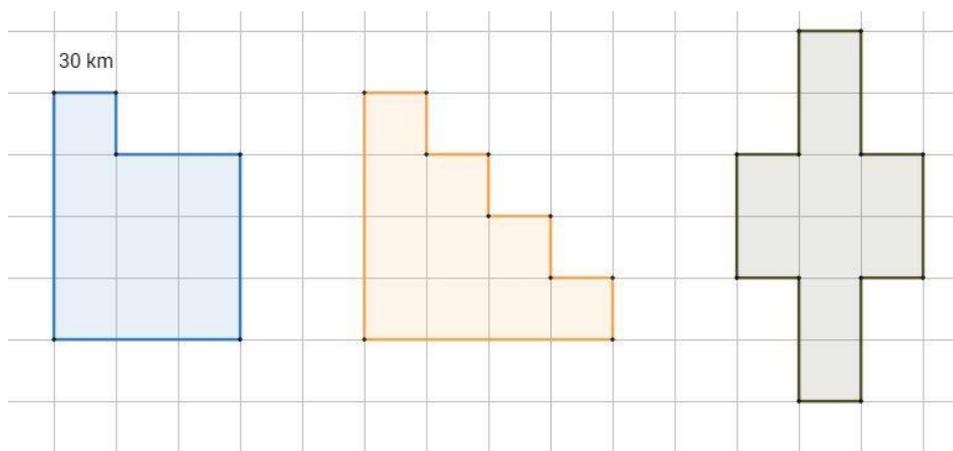


Ilustração elaborada pelo autor

a) As áreas desses três polígonos são iguais ou diferentes?

b) Os perímetros desses três polígonos são iguais ou diferentes?

c) Considerando que cada lado do quadradinho mede 30 km, calcule a área.

Habilidade trabalhada: (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Resposta sugerida: a) As áreas desses três polígonos são iguais. b) Os perímetros desses três polígonos são diferentes. c) Sabendo que cada lado do quadradinho mede 30 km, então $30 \text{ km} \times 30 \text{ km} = 900 \text{ km}^2$, que corresponde à área de cada quadradinho. Como a área do Polígono 1 é igual à área do Polígono 2 e é igual à área do Polígono 3 e há 10 quadradinhos de área em cada um, então, $10 \times 900 \text{ km}^2 = 9\,000 \text{ km}^2$, que corresponde à área de cada polígono.

19. No espaço disponível na malha quadriculada abaixo, construa a mesma imagem reduzindo seu tamanho pela metade e responda qual é a relação dos ângulos das duas figuras.

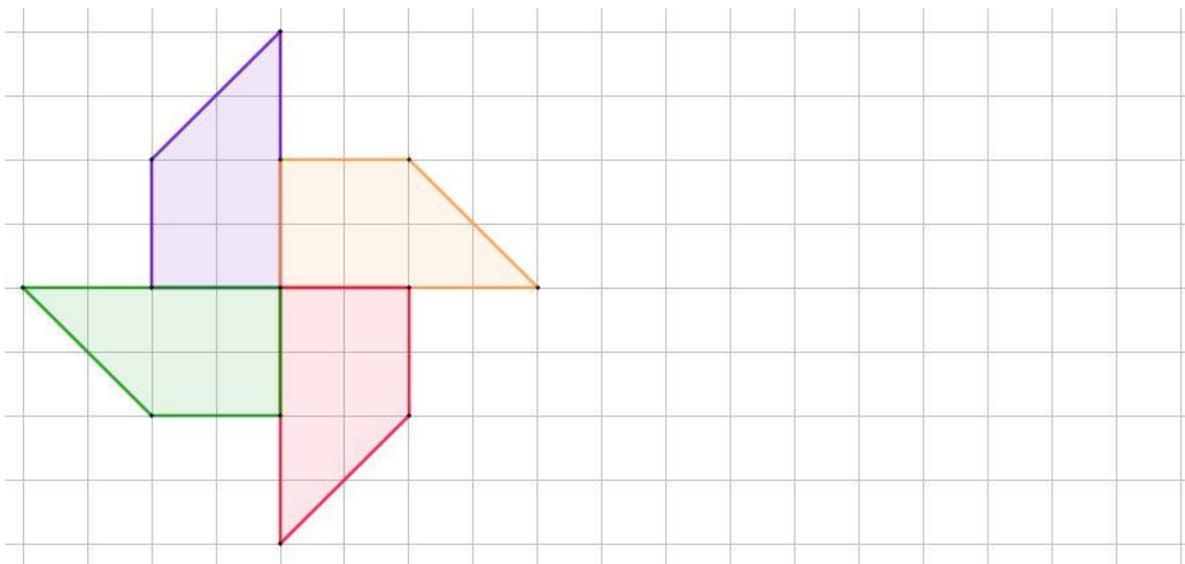


Ilustração elaborada pelo autor

Habilidade trabalhada: (EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.

Resposta sugerida: Os ângulos são congruentes e, reduzindo pela metade a quantidade de quadradinhos (ou meios quadradinhos) de cada lado dos trapézios que formam o primeiro cata-vento, obtemos a segunda imagem abaixo:

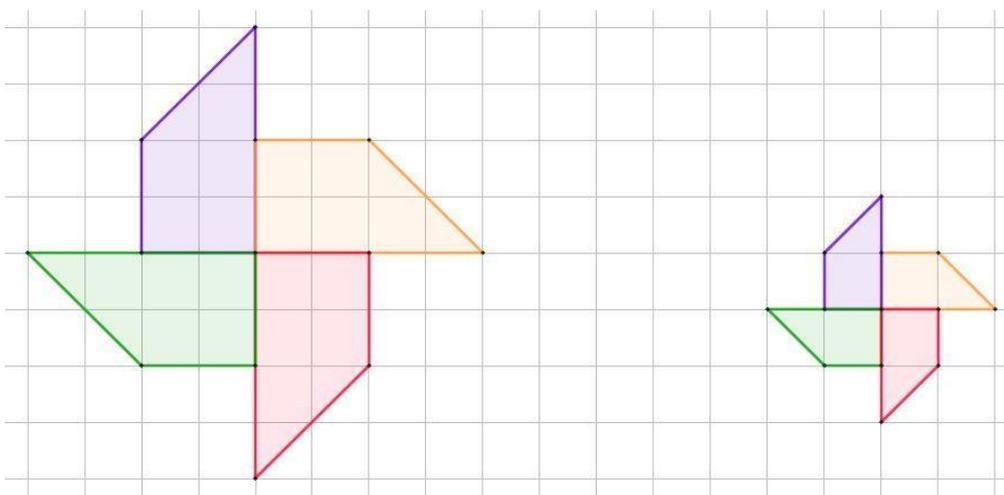
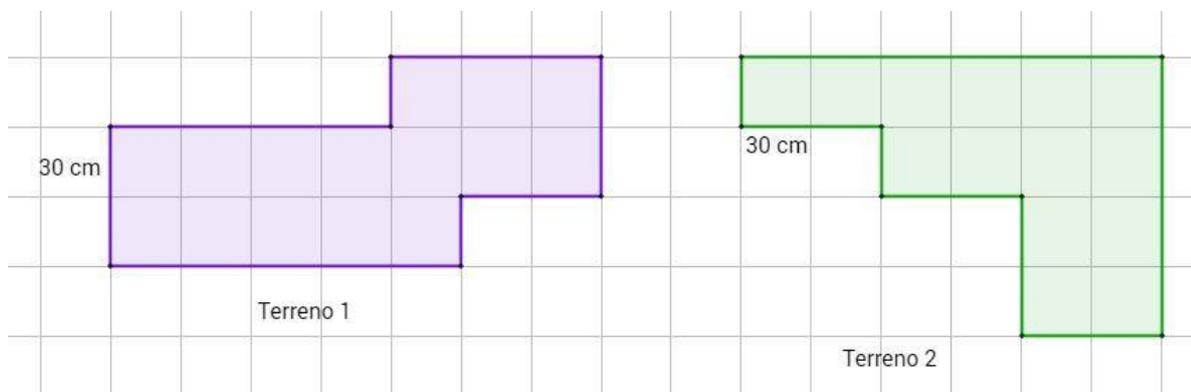


Ilustração elaborada pelo autor

20. Um pedreiro precisa construir um muro ao redor de dois terrenos, com o formato representado pelas figuras abaixo:



Supondo que ele tenha usado 40 blocos para fazer as duas primeiras fileiras ao redor de todo o terreno 1, responda às questões a seguir:

a) Qual é o perímetro do terreno 1?

b) Qual é a área do terreno 1?

c) Qual é a área do terreno 2?

d) Quantos blocos serão necessários para fazer as duas primeiras fileiras ao redor do terreno 2?

e) Observando suas respostas às questões anteriores, o que se pode concluir sobre os perímetros em relação às áreas dos dois terrenos?

Habilidade trabalhada: (EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.

Resposta sugerida: **a)** Como cada lado do quadradinho mede 30 cm e o terreno 1 possui 20 unidades de comprimento, então $30 \times 20 \text{ cm} = 600 \text{ cm}$, que corresponde ao perímetro do terreno 1. **b)** Sabendo que cada quadradinho tem lado medindo 30 cm, então $30 \times 30 \text{ cm} = 900 \text{ cm}^2$, que corresponde à área de cada quadradinho. Como o terreno 1 possui área de 15 quadradinhos, então $15 \times 900 = 13\,500 \text{ cm}^2$, que corresponde à área do terreno 1.

c) Sabendo que a área de cada quadradinho é de 900 cm^2 , como o terreno 2 possui área de 14 quadradinhos, então $14 \times 900 \text{ cm}^2 = 12\,600 \text{ cm}^2$, que corresponde à área do terreno 2.

d) A quantidade de blocos está relacionada ao perímetro de cada terreno, então deve-se calcular o perímetro do terreno 2, obtendo-se 600 cm , e observar que o perímetro do terreno 1 também é de 600 cm ; logo, concluir que também serão necessários 40 blocos para fazer as duas primeiras fileiras ao redor do terreno 2. **e)** O que se pode concluir é que o perímetro do terreno 1 e do terreno 2 são iguais, embora as áreas desses terrenos sejam diferentes.

Ficha de acompanhamento das aprendizagens

Esta ficha de acompanhamento sugerida é apenas uma das muitas possibilidades. É importante ter em mente que a avaliação não deve ser entendida como um fim em si mesma, mas como uma das muitas ferramentas a serviço de uma compreensão dos avanços e das necessidades de cada aluno, respeitando o período de aprendizagem de cada um.

Legenda		
Total = TT	Em evolução = EE	Não desenvolvida = ND

Nome: _____

Turma: _____ Data: _____

Questão	Habilidade	TT	EE	ND	Anotações
1	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Associa corretamente as duas figuras espaciais aos seus atributos.	Associa corretamente uma das duas figuras espaciais aos seus atributos.	Associa incorretamente as duas figuras espaciais aos seus atributos.	
2	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.	Identifica corretamente o múltiplo e calcula corretamente a massa dos dois amigos.	Identifica corretamente o múltiplo e calcula corretamente a massa de um dos dois amigos.	Identifica incorretamente o múltiplo e calcula incorretamente a massa dos dois amigos.	
3	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.	Conclui que as duas figuras possuem perímetros iguais, embora tenham áreas diferentes, e calcula corretamente o perímetro.	Conclui que as duas figuras possuem perímetros iguais, embora tenham áreas diferentes, e calcula incorretamente o perímetro.	Não conclui que as duas figuras possuem perímetros iguais e calcula incorretamente o perímetro.	
4	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Associa corretamente as três planificações aos nomes de suas figuras espaciais.	Associa corretamente pelo menos duas das três planificações aos nomes de suas figuras espaciais.	Associa incorretamente pelo menos duas das três planificações aos nomes de suas figuras espaciais.	
5	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas	Reconhece qual figura é a redução e qual é a ampliação da outra.	Não reconhece qual figura é a redução ou qual é a ampliação da outra.	Não reconhece qual figura é a redução e qual é a ampliação da outra.	

	quadriculadas e usando tecnologias digitais.				
6	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.	Calcula corretamente a área e o perímetro.	Calcula corretamente a área ou o perímetro.	Calcula incorretamente a área ou o perímetro.	
7	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Identifica corretamente a proporção ampliada dos lados do segundo polígono e a congruência dos ângulos com relação ao primeiro polígono.	Identifica corretamente a proporção ampliada dos lados do segundo polígono ou a congruência dos ângulos com relação ao primeiro polígono.	Identifica incorretamente a proporção ampliada dos lados do segundo polígono e a congruência dos ângulos com relação ao primeiro polígono.	
8	(EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.	Identifica corretamente a quantidade de cubos escondidos e mede corretamente o volume, por meio de empilhamento de cubos.	Identifica corretamente a quantidade de cubos escondidos ou mede corretamente o volume, por meio de empilhamento de cubos.	Identifica incorretamente a quantidade de cubos escondidos e mede incorretamente o volume, por meio de empilhamento de cubos.	
9	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.	Identifica corretamente o ganhador e resolve corretamente todas as contas.	Identifica corretamente o ganhador, mas não resolve corretamente todas as contas.	Identifica incorretamente o ganhador e não resolve corretamente todas as contas.	
10	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Associa corretamente a planificação e a imagem que representam a figura conforme as especificações.	Associa corretamente a planificação ou a imagem que representam a figura conforme as especificações.	Associa incorretamente a planificação e a imagem que representam a figura conforme as especificações.	
11	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.	Identifica corretamente com V ou F as equivalências entre as multiplicações e divisões nos quatro casos.	Identifica corretamente com V ou F as equivalências entre as multiplicações e divisões em pelo menos dois dos quatro casos.	Identifica incorretamente com V ou F as equivalências entre as multiplicações e divisões em pelo menos dois dos quatro casos.	

12	(EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.	Identifica corretamente quantos cubos cabem em cada camada e o volume multiplicando largura, comprimento e altura.	Identifica corretamente quantos cubos cabem em cada camada, mas incorretamente o volume multiplicando largura, comprimento e altura.	Identifica incorretamente quantos cubos cabem em cada camada e o volume multiplicando largura, comprimento e altura.	
13	(EF05MA08) Resolver e elaborar problemas de multiplicação e divisão com números naturais e com números racionais cuja representação decimal é finita (com multiplicador natural e divisor natural e diferente de zero), utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.	Calcula corretamente as cinco divisões.	Calcula corretamente pelo menos três das cinco divisões.	Calcula incorretamente pelo menos três das cinco divisões.	
14	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.	Liga corretamente os dois polígonos que possuem mesmas áreas e liga corretamente os dois polígonos que possuem mesmos perímetros.	Liga corretamente pelo menos um dos dois polígonos que possuem mesmas áreas e liga corretamente pelo menos um dos dois polígonos que possuem mesmos perímetros.	Liga incorretamente os dois polígonos que possuem mesmas áreas, e liga incorretamente os dois polígonos que possuem mesmos perímetros.	
15	(EF05MA21) Reconhecer volume como grandeza associada a sólidos geométricos e medir volumes por meio de empilhamento de cubos, utilizando, preferencialmente, objetos concretos.	Identifica corretamente quantos cubos compõem cada sólido, quantas camadas cada sólido possui e os volumes, por meio de empilhamento de cubos.	Identifica corretamente quantos cubos compõem cada sólido e/ou quantas camadas cada sólido possui e identifica corretamente os volumes, por meio de empilhamento de cubos.	Identifica incorretamente quantos cubos compõem cada sólido, quantas camadas cada sólido possui e os volumes, por meio de empilhamento de cubos.	
16	(EF05MA16) Associar figuras espaciais a suas planificações (prismas, pirâmides, cilindros e cones) e analisar, nomear e comparar seus atributos.	Completa corretamente o nome da figura geométrica, o número de bases e se possui vértices, das cinco figuras.	Completa corretamente o nome da figura geométrica, o número de bases e se possui vértices, de pelo menos três das cinco figuras.	Completa incorretamente o nome da figura geométrica, o número de bases e se possui vértices, de pelo menos três das cinco figuras.	
17	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas	Calcula corretamente as sete medidas, reconhecendo a proporcionalidade entre os lados correspondentes	Calcula corretamente pelo menos quatro das sete medidas, reconhecendo a proporcionalidade entre os lados	Calcula incorretamente pelo menos quatro das sete medidas, não reconhecendo a proporcionalidade	

	quadriculadas e usando tecnologias digitais.	das figuras.	correspondentes das figuras.	lidade entre os lados correspondentes das figuras.	
18	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.	Conclui que as três figuras possuem áreas iguais e que os perímetros são diferentes e calcula corretamente a área.	Conclui que as três figuras possuem áreas iguais, mas não conclui que os perímetros são diferentes ou calcula incorretamente a área.	Não conclui que as três figuras possuem áreas iguais, nem que os perímetros são diferentes e calcula incorretamente a área.	
19	(EF05MA18) Reconhecer a congruência dos ângulos e a proporcionalidade entre os lados correspondentes de figuras poligonais em situações de ampliação e de redução em malhas quadriculadas e usando tecnologias digitais.	Constrói corretamente a mesma imagem reduzindo seu tamanho pela metade e reconhece as congruências dos ângulos.	Constrói corretamente a mesma imagem reduzindo seu tamanho pela metade ou reconhece as congruências dos ângulos.	Constrói incorretamente a redução da imagem e não reconhece as congruências dos ângulos.	
20	(EF05MA20) Concluir, por meio de investigações, que figuras de perímetros iguais podem ter áreas diferentes e que, também, figuras que têm a mesma área podem ter perímetros diferentes.	Calcula corretamente os dois perímetros e as duas áreas e conclui que as duas figuras possuem perímetros iguais, embora tenham áreas diferentes.	Calcula corretamente os dois perímetros, mas incorretamente uma das duas áreas e conclui que as duas figuras possuem perímetros iguais embora tenham áreas diferentes.	Calcula incorretamente os dois perímetros e as duas áreas e não conclui que as duas figuras possuem perímetros iguais, embora tenham áreas diferentes.	

