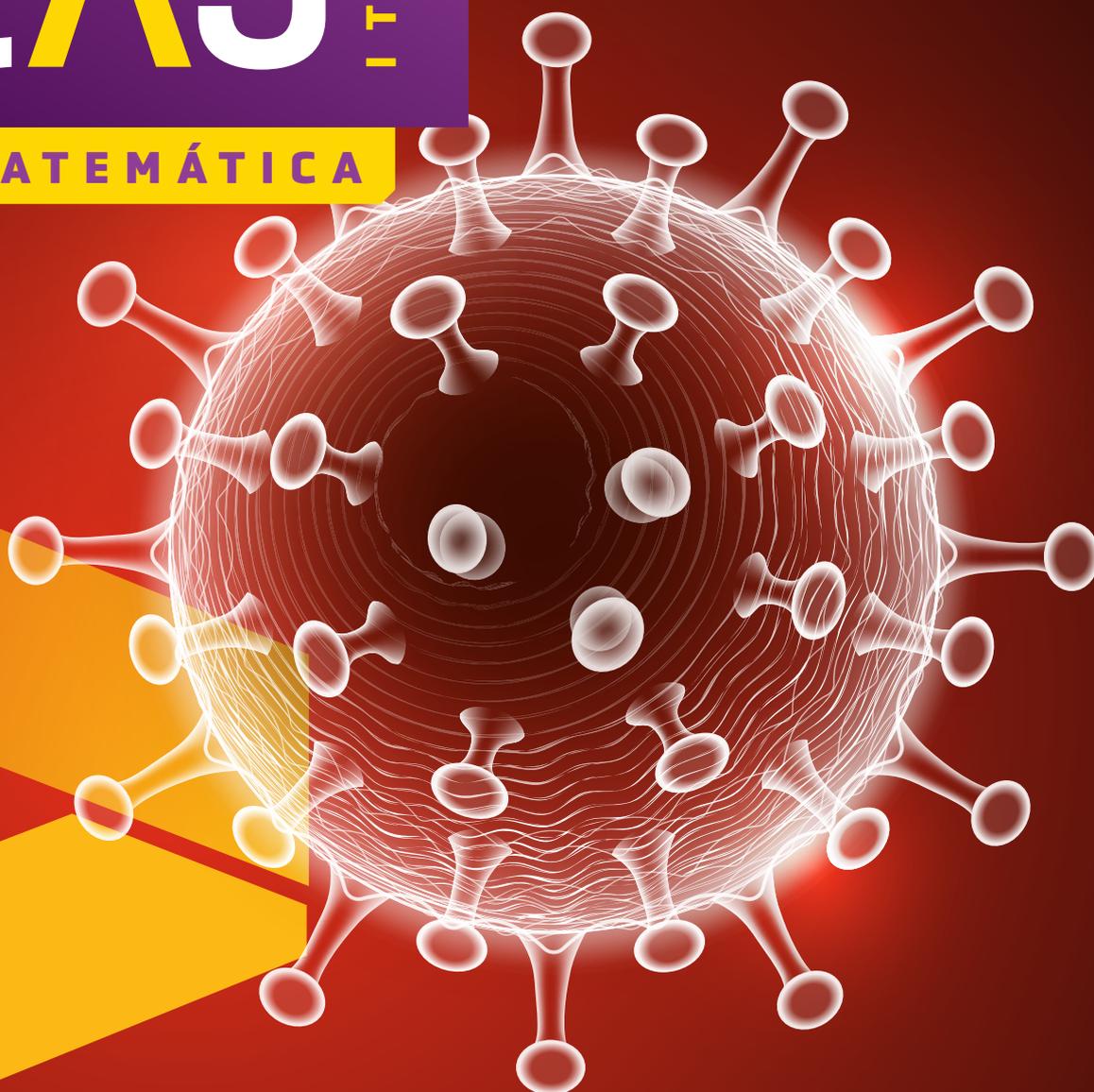


ARTICULAÇÃO

ITINERÁRIOS



MATEMÁTICA



Em 2019, a China se deparou com o primeiro caso de Covid-19, doença causada pelo novo coronavírus, SARS-CoV-2. De lá para cá, a doença se espalhou para praticamente todos os países, sendo decretada como pandemia pela Organização Mundial da Saúde [OMS]. Nesta edição, iremos falar sobre como é possível fazer a previsão da quantidade de casos acumulados da doença utilizando métodos matemáticos.



Modelos matemáticos serão estratégicos no combate ao coronavírus

Karina Toledo | Agência Fapesp

No arsenal ao qual cientistas recorrem com o intuito de combater epidemias, os modelos matemáticos estão entre os itens estratégicos. Mais do que estimar como será a disseminação da doença, o número de infectados e o percentual de mortes e hospitalizações [...] permitem simular inúmeros cenários e, assim, testar a eficácia de intervenções que podem ser adotadas pelas autoridades de saúde para reduzir o contágio, como o fechamento de escolas, o cancelamento de eventos públicos e a restrição de viagens.

Modelos já bem estabelecidos para o estudo da gripe e outras infecções respiratórias podem ser adaptados com relativa facilidade para prever a disseminação do novo coronavírus (SARS-CoV-2), auxiliando governos e gestores de saúde no planejamento de ações para conter a transmissão e atender os doentes. Faltam, no entanto, algumas informações-chave para tornar as estimativas minimamente precisas, como, por exemplo, o percentual de pessoas que se infectam e não manifestam sintomas.

“Indivíduos com febre, tosse e desconforto respiratório têm maior probabilidade de ir ao hospital e serem testados. Os assintomáticos, por outro lado, não vão ao médico e, mesmo sem saber, podem transmitir o vírus [...]. Para descobrir quantas pessoas estão nessa condição seria necessário testar todo mundo – algo impossível neste momento, pois é preciso poupar recursos para o atendimento de quem está realmente doente”, disse a matemática Sara Del Valle, especialista em modelagem de doenças infecciosas do Laboratório Nacional de Los Alamos, nos Estados Unidos.

Na avaliação de Marcelo Gomes, pesquisador do Programa de Computação Científica da Fundação Oswaldo Cruz (Fiocruz), além do percentual de assintomáticos também é crucial determinar a taxa de infectividade desses casos, ou seja, o quanto indivíduos sem sintomas são capazes de transmitir o vírus. “Isso pode alterar drasticamente a capacidade de controlar a propagação da Covid-19. Se a transmissão ocorrer majoritariamente a partir de pessoas com sintomas, o cenário é mais favorável. Porém, em uma situação inversa, seriam necessárias medidas para reduzir o contato entre as pessoas que alcancem toda a população [...]”, disse.

Outro fator importante e que ainda não está claro é por quanto tempo pacientes curados permanecem imunes ao vírus. “Há relatos de pessoas que tiveram alta e, após alguns dias, voltaram a manifestar sintomas, foram testadas e tiveram resultado positivo para Covid-19 novamente. Pode ter sido uma recaída como também pode ser uma nova infecção. Neste segundo caso, a dinâmica da epidemia muda completamente, pois a imunidade temporária – se de fato existir – é muito curta, o que impede a ocorrência de um fenômeno epidemiológico conhecido como imunidade de rebanho, uma espécie de barreira de transmissão formada por indivíduos previamente infectados”, disse Gomes.

[...]

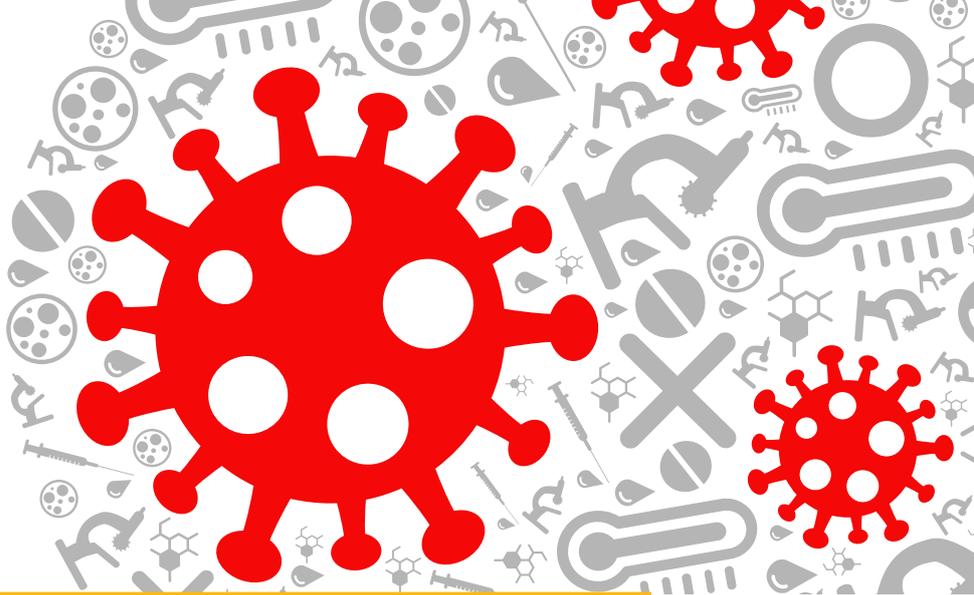
TOLEDO, Karina. Modelos matemáticos serão estratégicos no combate ao coronavírus. Agência Fapesp. Disponível em: <<http://agencia.fapesp.br/modelos-matematicos-serao-estrategicos-no-combate-ao-coronavirus/32673/>>. Acesso em: 12 abr. 2020.

NOVO CORONAVÍRUS

SARS-CoV-2

COVID-19

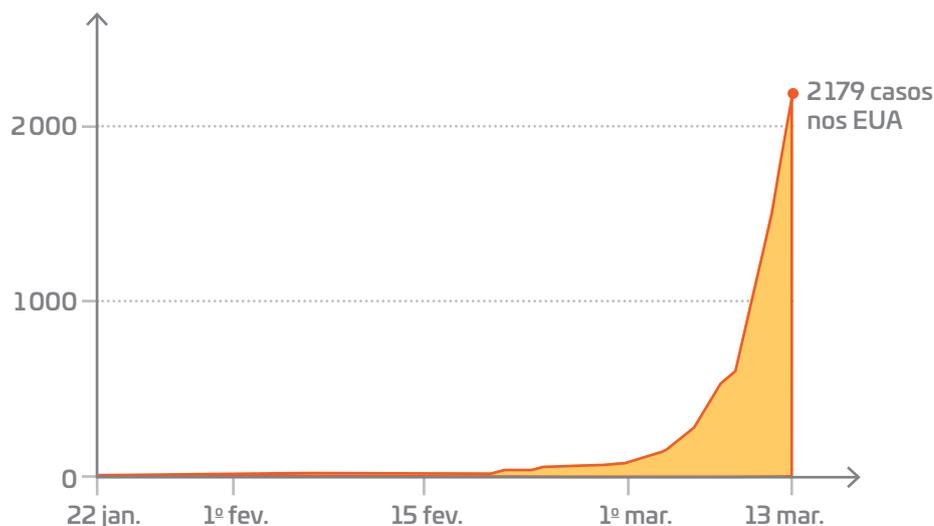
O vírus, que começou como uma zoonose em morcegos e que, provavelmente, evoluiu ao contaminar pangolins, hoje, é responsável pela maior pandemia do século XXI.



> Por que surtos como o coronavírus se espalham exponencialmente, e como “achatar a curva”

Harry Stevens

Após o primeiro caso de Covid-19, a doença causada pela nova cepa de coronavírus, ser anunciado nos Estados Unidos, foram relatadas novas infecções surgindo em um fluxo lento. Dois meses depois, esse fluxo se transformou em uma corrente constante.



Continue a ler a matéria disponibilizada no *link* a seguir. Com tradução em língua portuguesa gerada automaticamente pelo *site*, você compreenderá como o contágio do novo coronavírus acontece dependendo da dinâmica de distanciamento social tomada ou não pelas autoridades de uma região.



<https://ftd.li/ybzyrne>

A curva acima [...] preocupa os especialistas. Se a quantidade de casos continuar dobrando a cada três dias, haverá cerca de cem milhões de casos nos Estados Unidos até maio.

[...] A disseminação pode ser retardada, dizem os profissionais de saúde pública, se as pessoas praticarem “distanciamento social”, ao evitar espaços públicos e limitando seus movimentos em geral.

Ainda assim, sem medidas para desacelerá-la, a Covid-19 continuará se espalhando exponencialmente por meses. Para entender o porquê, é instrutivo simular a propagação de uma doença falsa em uma população.

[...]

STEVENS, Harry. Por que surtos como o coronavírus se espalham exponencialmente e como “achatar a curva”. **The Washington Post**. Disponível em: <<https://www.washingtonpost.com/graphics/2020/health/corona-simulation-portuguese/>>. Acesso em: 12 abr. 2020.



A pandemia de Covid-19 e as previsões matemáticas

Erika Di Lucia

Outras epidemias

Em 2020, a epidemia de Covid-19 (em língua inglesa, *coronavirus disease 19*, ou seja, a doença causada pelo novo coronavírus, o SARS-CoV-2, que se iniciou em 2019) tornou-se uma pandemia a partir do momento em que se verificaram situações epidêmicas em diversos países, com vários focos da doença e muitos contaminados pelo vírus. Com isso, a rotina de muitas pessoas no mundo inteiro acabou mudando para evitar a sobrecarga dos sistemas de saúde. Mas essa não foi a primeira vez que um vírus do grupo coronavírus causou uma epidemia.

Entre 2002 e 2003, um tipo de coronavírus, o SARS-CoV-1, responsável pela síndrome respiratória aguda severa (SARS, sigla em língua inglesa para *Severe Acute Respiratory Syndrome*), infectou mais de 8 000 pessoas na América do Norte, na América do Sul, na Europa e na Ásia.

Em 2012, outro tipo de coronavírus surgiu no Oriente Médio, ficando conhecido como MERS-CoV: *Middle East Respiratory Syndrome Coronavirus* (em língua portuguesa, “coronavírus causador da síndrome respiratória do Oriente Médio”). Ele pode causar sintomas de uma gripe ou sintomas parecidos com os da SARS.

A grande diferença entre esses dois vírus e o causador da Covid-19 é que as pessoas infectadas pelo novo coronavírus, mesmo que não apresentem sintomas, podem transmitir o vírus, o que não acontece nos outros dois casos, segundo o Centro de Vigilância Epidemiológica (CVE) da Secretaria de Estado da Saúde de São Paulo. Portanto, hoje enfrentamos um vírus que, se não é mais letal, é mais difícil de conter por ser transmitido muito mais facilmente.

Outra epidemia que preocupou o mundo foi a da gripe H1N1, causada por um vírus de outro grupo, em 2009. De acordo com a Organização Mundial da Saúde (OMS), o surto foi classificado como pandemia. Sazonalmente, o vírus reaparece no Brasil e em outros países, mas a existência da vacina atenua as quantidades de casos da doença e de óbitos.

No vídeo a seguir, o biólogo e pesquisador Doutor Atila Imarino explica como o vírus se prolifera no corpo e quais são os sintomas da Covid-19.



<https://ftd.li/phurfd>

Neste outro, Atila Imarino é entrevistado no programa *Roda Viva* e faz uma contextualização sobre a pandemia de Covid-19 e o novo coronavírus.



<https://ftd.li/dqowyx>

Para prevenir a transmissão de vírus como esses, é recomendado, entre outras ações, higiene adequada das mãos – no caso do novo coronavírus, é bastante recomendada a utilização de água e sabão, já que o envelope viral é composto de gordura, facilmente dissolvida com água e sabão –, limpeza de superfícies, ventilação dos ambientes e não compartilhamento de objetos pessoais, além da vacinação, quando disponível. Caso grande parte da população contamine-se rapidamente, pode ser necessário o uso de máscaras e tomar medidas de distanciamento social.

Outras epidemias, como a da aids (síndrome da imunodeficiência humana adquirida), causada pelo vírus HIV e que começou na década de 1980 e perdura até os dias atuais, mobilizaram esforços de muitos países para investigar a transmissão e determinar as maneiras de prevenção. Conscientizar a população da importância do uso de camisinha ainda é fundamental para controlar a disseminação do vírus HIV.

Os estudos científicos sobre os surtos, as epidemias e as pandemias já superados auxiliam a sociedade a desenvolver tecnologias para analisar os agentes causadores de doenças e identificar suas formas de transmissão, contribuindo para a tomada de decisões e o planejamento para o enfrentamento de situações. Esses estudos podem ainda contribuir com o desenvolvimento de medicamentos e vacinas.



NOVO CORONAVÍRUS Covid-19

PRINCIPAIS SINTOMAS



FEBRE



TOSSE SECA



FALTA DE AR



DOR DE GARGANTA



DOR DE CABEÇA

Considerações para previsões

A Covid-19 tem características comuns a outras doenças epidêmicas causadas por vírus que desenvolvem problemas respiratórios. Por isso, no começo de uma epidemia como essa, pode-se pensar em recorrer a experiências passadas para fazer previsões sobre a disseminação da doença e a quantidade de casos fatais, ajustando modelos já existentes, como a utilização de funções com crescimento exponencial para prever a quantidade de casos acumulados.

Porém, algumas possíveis peculiaridades do novo coronavírus que diferem do comportamento dos outros vírus tornam difícil essa adaptação, como o fato já citado de que os outros vírus do grupo coronavírus não eram propagados por pessoas assintomáticas. Outra dificuldade é não saber se há e como se dá a relação entre a velocidade de propagação do novo vírus e o clima da região.

Além de informações como essas, para fazer previsões é preciso considerar as condições e os costumes da população afetada, assim como a disponibilidade de materiais para proteção e a capacidade dos sistemas de saúde. No Brasil, por exemplo, um ponto de atenção é o costume de se cumprimentar dando as mãos ou com beijos e abraços. Não evitar esses costumes, no caso de uma população mal orientada, pode ter impacto na rápida disseminação do vírus.

Dados de 2018 do Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS) revelam outro ponto relevante no Brasil: quando o estudo foi feito, cerca de 34 milhões de pessoas não tinham acesso a abastecimento de água em suas moradias, um recurso fundamental para a prevenção ao vírus.

Além disso, de acordo com estudo da Fundação João Pinheiro, que utilizou dados da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios Contínua (PNAD Contínua) de 2015, no Brasil, há 332 850 casos acumulados de adensamento excessivo de moradores em domicílios alugados, com uma média de mais de três pessoas por dormitório. Esse parâmetro indica que pessoas nessas condições podem ter mais dificuldade para manter distanciamento de quem também vive na moradia, já que tal situação dificulta o isolamento de habitantes doentes em cômodos particulares.

Apesar disso, no Brasil, único país do mundo com mais de 200 milhões de habitantes a ter um sistema de saúde universal gratuito, as pessoas sem condições de acesso a um plano de saúde particular podem recorrer ao Sistema Único de Saúde (SUS) para fazer testes e obter tratamento, o que não ocorre na maioria dos países, em que a testagem, o tratamento e a internação podem ser muito caros.

Mesmo assim, deve-se saber quantas pessoas os sistemas de saúde, considerando o público e o privado, podem atender e quais recursos estão disponíveis para o tratamento dos doentes, já que no caso de uma pandemia, todos os leitos, principalmente os de UTI, precisam ser mapeados.

É necessário ainda levar em conta as medidas tomadas em cada estado brasileiro que, ao ser acometido pelos primeiros casos da doença, teve de tomar decisões para minimizar a quantidade de casos acumulados e de óbitos causados pelo vírus. A estratégia geralmente envolve o distanciamento social, e os governadores e os prefeitos não podem deixar de garantir o abastecimento dos estados e dos municípios e de se preocupar com os impactos negativos na economia e com a falta de renda para aqueles cujos rendimentos e sobrevivência forem afetados pelas medidas tomadas.

No início da epidemia no Brasil, até que se detectasse o primeiro caso de transmissão comunitária do vírus – quando a transmissão ocorre entre a população da região, sem que ela seja feita pelo contato com uma pessoa que foi infectada em algum país com registro da doença –, foram adotadas medidas de isolamento para as pessoas com suspeita de infecção. Além disso, foram investigadas e colocadas em quarentena pessoas que tiveram contato com os casos confirmados ou que chegaram de viagem de países onde a doença já se espalhava, que poderiam ser responsáveis pela transmissão local do vírus – quando uma pessoa é infectada por outra que visitou algum país com registro da doença.

Após os casos de infecção aumentarem consideravelmente, foram decretados, em muitos estados e municípios, quarentena e fechamento do comércio, seguindo em funcionamento apenas serviços essenciais, como farmácias e mercados.

Todos esses pontos impactam diretamente o desenvolvimento da doença no país e as estratégias utilizadas para prever a evolução da quantidade de casos acumulados.



NOVO CORONAVÍRUS Covid-19

PREVENÇÃO



LAVE AS MÃOS COM ÁGUA E SABÃO POR PELO MENOS 20 S OU UTILIZE ÁLCOOL EM GEL.



EVITE CONTATO COM PESSOAS DOENTES E AGLOMERAÇÕES E, SE POSSÍVEL, FIQUE EM CASA.



NÃO COLOQUE AS MÃOS SUJAS NOS OLHOS, NO NARIZ OU NA BOCA.



CUBRA SEU NARIZ E BOCA COM LENÇO DE PAPEL OU COM O COTOVELO QUANDO ESPIRRAR OU TOSSIR.



MANTENHA OBJETOS E SUPERFÍCIES LIMPOS.



USE MÁSCARA DE PROTEÇÃO CIRÚRGICA.



NÃO COMA ALIMENTOS CRUS E COZINHE BEM CARNES E OVOS.



EVITE CONTATO COM ANIMAIS E PRODUTOS ANIMAIS QUE VOCÊ NÃO SABE A PROCEDÊNCIA.

SE VOCÊ ESTIVER CONTAMINADO



SE OS SINTOMAS FOREM BRANDOS, ISOLE-SE EM SEU QUARTO; SENÃO BUSQUE UM HOSPITAL.



EVITE CONTATO COM OS OUTROS E OS MANTENHA LONGE DOS SEUS ITENS PESSOAIS DE USO DIÁRIO.

Modelos matemáticos utilizados nas previsões

Em 26 de fevereiro de 2020, foi notificado no Brasil o primeiro caso de Covid-19. Já era sabido, por meio da experiência relatada pela China e por outros países, que o novo coronavírus é altamente contagioso e, por isso, sua transmissão ocorre de maneira muito rápida.

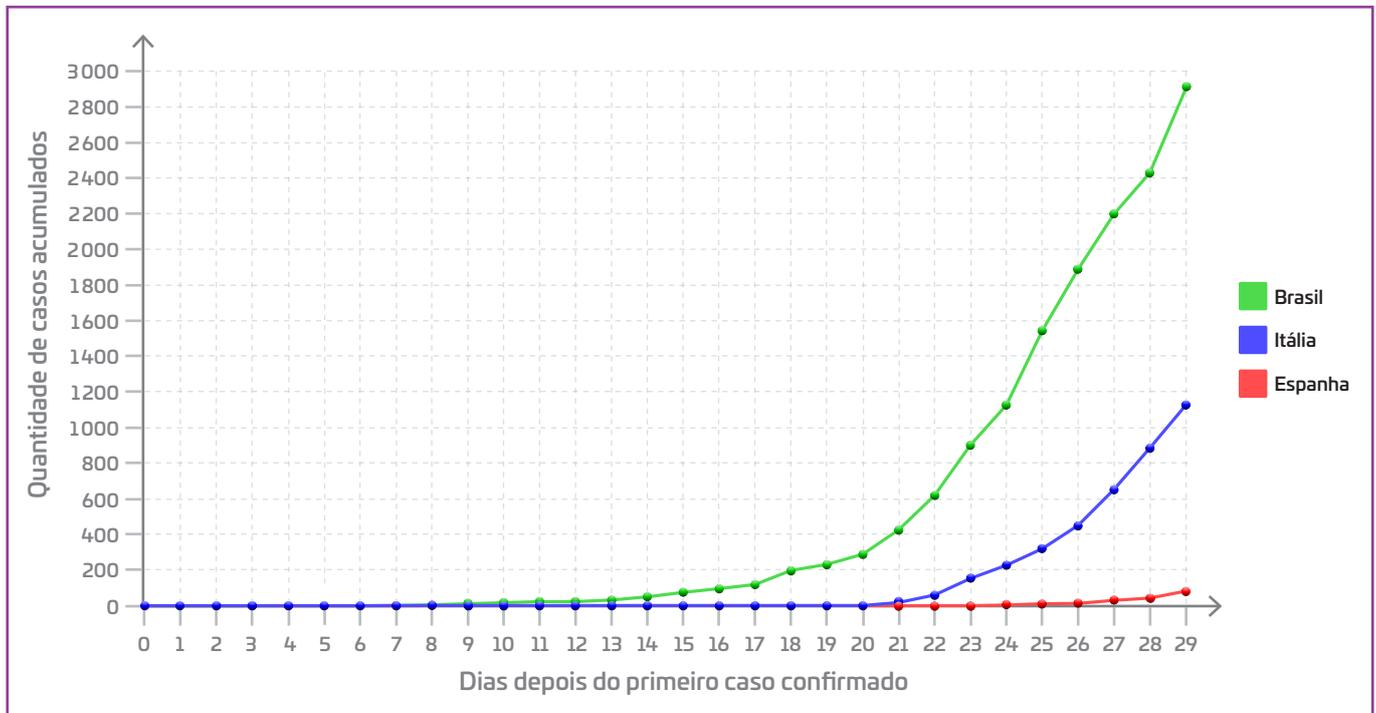
Um primeiro referencial para compreender a alta taxa de contágio do SARS-CoV-2 é compará-lo com outro surto conhecido: com base na pandemia de H1N1 de 2009, dados da OMS indicam que uma pessoa contaminada com H1N1 poderia infectar, em média, 1,45 pessoa, enquanto, atualmente, estima-se que uma pessoa contaminada com SARS-CoV-2 pode infectar 2,25 pessoas. Embora fazer uma comparação desses valores possa trazer imprecisões, uma vez que há de se considerar peculiaridades de cada época e de cada país, fica evidente o potencial de transmissibilidade do novo coronavírus.

Assim, embora a taxa de letalidade do vírus não seja tão alta – de cerca de 7% no Brasil (até o dia 12 de maio) –, de acordo com dados do Ministério da Saúde, toda a população poderia ser infectada em pouco tempo, fazendo que cerca de 10% dos infectados precisem de atendimento médico-hospitalar. Considerando a população brasileira, estimada pelo IBGE para 2020 de 211 milhões de pessoas, isso significa que aproximadamente 21 milhões de pessoas precisariam ser atendidas em hospitais. Se isso acontecesse simultaneamente, haveria sobrecarga dos sistemas público e privado e, como consequência, muitas mortes, não só de Covid-19, mas de outras doenças. Portanto, é muito importante observar como a quantidade de casos acumulados aumenta com o passar dos dias.

Criando um modelo exponencial

No Brasil, a quantidade de casos confirmados registrados de Covid-19 no primeiro mês da epidemia cresceu muito. De acordo com informações do Ministério da Saúde e da Fiocruz, o Brasil teve um cenário de contágio parecido ou pior do que alguns países com situações calamitosas em relação à doença, como mostra o gráfico a seguir.

QUANTIDADE DE CASOS ACUMULADOS DE COVID-19 NOS PRIMEIROS 30 DIAS DA DOENÇA NOS PAÍSES



Nos primeiros trinta dias da doença no país, o Brasil encontrava-se em um cenário pior do que o da Itália e o da Espanha, dois dos países em situações mais críticas no mundo. No mesmo período de contagem, a Itália registrava apenas 1 128 casos confirmados e 29 mortes, e a Espanha 45 casos confirmados e nenhuma morte.

Fonte dos dados: **Fiocruz**. Disponível em: <<https://bigdata-covid19.icict.fiocruz.br/>>. Acesso em: 21 abr. 2020.

O Brasil ainda enfrenta outro problema: não se consegue testar todas as pessoas com sintomas e não é possível testar as pessoas assintomáticas, o que causa a subnotificação. Com isso, a quantidade de casos confirmados pode ser bem maior do que a de casos notificados.

Porém, é possível, por meio de previsões e com os dados que se dispõem, mesmo com a subnotificação, se ter uma ideia do desenvolvimento da doença, observando as taxas diárias de crescimento da quantidade de casos confirmados e sabendo que a quantidade de casos acumulados cresce de maneira exponencial após a primeira transmissão comunitária.

Assim, podemos construir um modelo exponencial com os dados do primeiro mês para imaginar como seria o cenário de contaminação nos próximos momentos.

Porém, é preciso estar ciente de que modelos exponenciais não são bons quando utilizados para fazer previsões desse tipo a longo prazo, pois espera-se que, quando muitas pessoas forem infectadas pelo vírus, a quantidade de casos acumulados pare de crescer tão rapidamente. Além disso, medidas de prevenção possivelmente vão mudar a dinâmica de aumento da quantidade de casos acumulados.

Primeiro, vamos considerar o primeiro mês depois do primeiro caso confirmado, de 26 de fevereiro a 25 de março, e que os dados a seguir, obtidos no portal do Ministério da Saúde, representam todo o território nacional.

Nesse link, é possível observar como aumentam os casos de Covid-19 dia a dia no mundo em um mapa interativo.



<https://ftd.li/52nthr>

**QUANTIDADE DE CASOS ACUMULADOS DE COVID-19
REGISTRADOS POR DIA NO BRASIL E TAXA DE CRESCIMENTO DIÁRIA
(26 fev. 2020-25 mar. 2020)**

Dia	Quantidade de casos registrados	Taxa de crescimento aproximada da quantidade de casos em relação ao dia anterior
26/2/2020	1	-
27/2/2020	1	0,0%
28/2/2020	1	0,0%
29/2/2020	2	100,0%
1/3/2020	2	0,0%
2/3/2020	2	0,0%
3/3/2020	2	0,0%
4/3/2020	3	50,0%
5/3/2020	7	133,3%
6/3/2020	13	85,7%
7/3/2020	19	46,2%
8/3/2020	25	31,6%
9/3/2020	25	0,0%
10/3/2020	34	36,0%
11/3/2020	52	52,9%
12/3/2020	77	48,1%
13/3/2020	98	27,3%
14/3/2020	121	23,5%
15/3/2020	200	65,3%
16/3/2020	234	17,0%
17/3/2020	291	24,4%
18/3/2020	428	47,1%
19/3/2020	621	45,1%
20/3/2020	904	45,6%
21/3/2020	1 128	24,8%
22/3/2020	1 546	37,1%
23/3/2020	1 891	22,3%
24/3/2020	2 201	16,4%
25/3/2020	2 433	10,5%

Neste link, é possível acessar o portal do Ministério da Saúde com os dados e as estatísticas sobre o novo coronavírus e a Covid-19.



<https://ftd.li/9dbypt>

Neste outro, você pode acessar o portal da Fiocruz, também voltado a apresentar os dados referentes à Covid-19.



<https://ftd.li/bead3x>

Fonte dos dados: **Ministério da Saúde**. Disponível em: <<https://covid.saude.gov.br/>>. Acesso em: 21 abr. 2020.

Na tabela são apresentadas as taxas de crescimento aproximadas da quantidade de casos acumulados em relação ao dia anterior. Essa taxa é dada por $\frac{Q_n - Q_{n-1}}{Q_{n-1}} \cdot 100$, em que Q_n é a quantidade de casos acumulados no dia n e Q_{n-1} é a quantidade de casos acumulados no dia anterior ao dia n .

Com esses dados, podemos calcular a taxa média do crescimento da quantidade de casos confirmados de Covid-19. Uma possibilidade é tomar uma amostra com os valores após o momento em que já existia transmissão comunitária do vírus, confirmada em São Paulo e no Rio de Janeiro, no dia

13 de março. Dessa maneira, usaremos o dia seguinte, 14 de março, como o dia inicial da amostra de análise, entendendo-o como o momento em que o novo coronavírus estava de fato “solto” na população. Para essa média, que chamaremos de \bar{x} , usaremos os dados até dia 25 de março, último dia do primeiro mês depois do primeiro caso confirmado no Brasil.

Fazendo essa média, obtemos o seguinte resultado.

$$\frac{23,5\% + 65,3\% + 17,0\% + 24,4\% + 47,1\% + 45,1\% + 45,6\% + 24,8\% + 37,1\% + 22,3\% + 16,4\% + 10,5\%}{12} \approx 31,6\%$$

Então, para construir o modelo exponencial da quantidade de casos acumulados de Covid-19 no Brasil, vamos supor que, em cada dia da amostra, houve um aumento de 31,6% na quantidade de casos registrados. Além disso, usaremos como valor inicial a quantidade de casos confirmados em 14 de março: 121.

Antes de continuar, pensemos no seguinte exemplo: como a subnotificação é um grande problema, imagine que em outro *site* confiável, de um órgão de pesquisa ou de um hospital, você encontre dados da quantidade de casos confirmados diferentes dos dados do Ministério da Saúde. Assim, as taxas de crescimento diárias serão diferentes e, como consequência, a taxa média dos 12 dias observados também poderá ser diferente. Qual das taxas médias \bar{x} das amostras representa melhor a taxa média real, que é desconhecida e chamaremos de μ ?

A resposta é: depende. Para uma taxa média \bar{x} de uma amostra poder ser utilizada corretamente, é necessário posicioná-la em um intervalo de confiança, que é construído por meio de uma margem de erro E , dada com base em três elementos: o desvio-padrão amostral (S) das taxas de crescimento diárias dos 12 dias analisados ($x_i, 1 \leq i \leq 12$), a quantidade de dados do período (n) e um parâmetro probabilístico (z). Assim, a taxa média real μ pode estar contida no intervalo $(\bar{x} - E, \bar{x} + E)$.

O parâmetro z depende do nível de confiança do modelo. Normalmente, escolhem-se níveis de confiança de 90% ou 95%. Nesse caso, usaremos 95%, em que $z = 1,96$. Isso significa que, de todos os modelos construídos – com as amostras do Ministério da Saúde, de um órgão de pesquisa, de um hospital, entre outros – com base em n taxas de crescimento diárias – no nosso caso, $n = 12$ –, espera-se que 95% deles contenham a taxa média real μ .

A margem de erro E é dada por $z \frac{S}{\sqrt{n}}$.

Com os nossos dados, temos:

$$z \frac{S}{\sqrt{n}} \approx 1,96 \cdot \frac{16,3\%}{\sqrt{12}} \approx 9,2\%$$

Logo, a taxa média real μ pode estar no intervalo $(31,6\% - 9,2\%; 31,6\% + 9,2\%) = (22,4\%; 40,8\%)$.

Assim, em 15 de março, seriam, aproximadamente, **159** casos acumulados $(121 \times [1 + 0,316])$. Considerando a margem de erro, essa quantidade poderia variar de **148** $(121 \times [1 + 0,224])$ a **170** $(121 \times [1 + 0,408])$.

Para representar graficamente os dados da previsão dos dias apresentados, poderíamos pensar da seguinte maneira:

- Em 14 de março, temos **121** casos acumulados.
- Em 15 de março, teríamos $121 \times [1 + 0,316] = \mathbf{121 \times (1,316)^1}$ casos acumulados.
- Em 16 de março, teríamos $(121 \times [1 + 0,316]) \times [1 + 0,316] = \mathbf{121 \times (1,316)^2}$ casos acumulados.
- Em 17 de março, teríamos $((121 \times [1 + 0,316]) \times [1 + 0,316]) \times [1 + 0,316] = \mathbf{121 \times (1,316)^3}$ casos acumulados.

Desvio-padrão amostral

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n - 1}}$$

em que, no nosso modelo, i varia de 1 a 12 e representa os dias de 14 a 25 de março.

Logo, n dias depois de 14 de março teríamos $C(n) = 121 \times (1,316)^n$ casos acumulados, com n natural. Com essa fórmula, podemos observar que a quantidade de casos acumulados mais que dobra em apenas 3 dias, já que $(1,316)^3 = 2,279$, uma taxa muito alta de propagação.

Complementando com a margem de erro, as funções $C_1(n) = 121 \times (1,224)^n$ e $C_5(n) = 121 \times (1,408)^n$, com n natural, constituirão o intervalo do nosso modelo em que se espera que a quantidade de casos confirmados esteja contida.

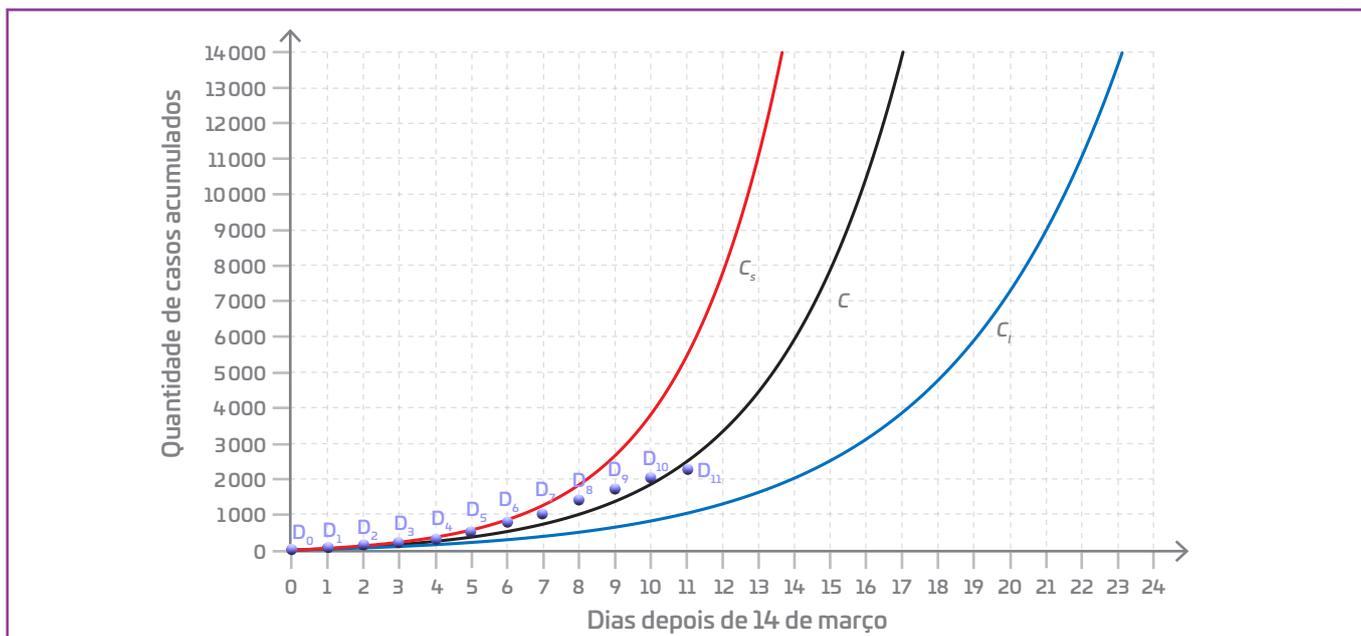
Observe a tabela com as quantidades mínimas e máximas de casos acumulados por dia, dadas por C_1 e C_5 , respectivamente, e o comportamento das funções no gráfico a seguir, junto aos pontos D_0 a D_{11} , que representam, respectivamente, as quantidades de casos confirmados de 14 de março a 25 de março.

QUANTIDADES MÍNIMAS E MÁXIMAS DE CASOS ACUMULADOS DE COVID-19 DADAS PELAS FUNÇÕES DO MODELO EM COMPARAÇÃO ÀS QUANTIDADES REGISTRADAS PELO MINISTÉRIO DA SAÚDE POR DIA

Dia	Quantidade mínima de casos, dada por C_1	Quantidade de casos registrados	Quantidade máxima de casos, dada por C_5
14/3/2020	121	D_0 121	121
15/3/2020	148	D_1 200	170
16/3/2020	181	D_2 234	240
17/3/2020	222	D_3 291	338
18/3/2020	272	D_4 428	476
19/3/2020	332	D_5 621	670
20/3/2020	407	D_6 904	943
21/3/2020	498	D_7 1 128	1 327
22/3/2020	610	D_8 1 546	1 869
23/3/2020	746	D_9 1 891	2 632
24/3/2020	913	D_{10} 2 201	3 705
25/3/2020	1 118	D_{11} 2 433	5 217

Fonte dos dados: **Ministério da Saúde**. Disponível em: <<https://covid.saude.gov.br/>>. Acesso em: 21 abr. 2020.

PREVISÃO DA QUANTIDADE DE CASOS ACUMULADOS DE COVID-19 NO BRASIL ENTRE 14 E 25 DE MARÇO



Observe que, na representação das funções, apesar de o domínio ser os números naturais, optou-se pelo uso de linhas contínuas para facilitar a análise de seus comportamentos, como nos outros gráficos apresentados anteriormente. Pode-se pensar também que as contaminações foram acontecendo durante todo o dia, distribuindo-as pelas 24 h do dia.

Fonte dos dados: **Ministério da Saúde**. Disponível em: <<https://covid.saude.gov.br/>>. Acesso em: 21 abr. 2020.

É possível observar que os pontos, com exceção do D_1 , estão dentro da área do intervalo de confiança, entre os gráficos azul e vermelho, e todos estão muito próximos do gráfico preto. Ainda é fácil ver que a partir do ponto D_3 , o crescimento foi menos acentuado, que talvez pode ser justificado por medidas adotadas por governos estaduais no período ou, mais provavelmente, pela falta de testes ou demora nos resultados.

Note também que as curvas que representam as margens de erro se afastam muito rápido da curva com a projeção inicial. Isso acontece, pois nessas curvas a diferença nas taxas de crescimento da quantidade de casos acumulados também é propagada de maneira exponencial.

Outro ponto importante é que, como o crescimento na representação exponencial é bem acentuado, para apresentar os valores em relação à doença em um gráfico, principalmente os de países com muitos casos, é necessário ajustar a escala do eixo vertical, senão seria impraticável a representação. Dessa forma, geralmente, é utilizada uma escala logarítmica no eixo vertical, o que faz que o formato do gráfico não se pareça com uma exponencial.

É preciso estar atento, no entanto, ao contexto em que os dados foram coletados. O tempo de espera dos resultados dos testes, a falta de testes e a subnotificação de casos podem afetar a quantidade de casos confirmados e de óbitos. Além disso, é importante ter em vista que muitos casos de Covid-19 têm sintomas leves ou são assintomáticos e, pelo fato de as pessoas seguirem orientações para evitar ir a hospitais e postos de saúde, esses dados podem não mostrar a realidade do país.

GRUPOS DE RISCOS DA COVID-19



IDOSOS



**DOENTES DO
CORAÇÃO**



OBESOS



DIABÉTICOS



**PESSOAS COM
BRONQUITE**



**PESSOAS COM
ASMA**



**PESSOAS COM
DOENÇAS HEPÁTICAS**



**PESSOAS COM
DOENÇAS RENAIS**



**PESSOAS COM
DOENÇAS
CARDIOVASCULARES**



**PESSOAS COM
CÂNCER**



**PESSOAS COM
INSUFICIÊNCIA
PULMONAR**



HIPERTENSOS



**PESSOAS QUE
ROMPERAM A
QUARENTENA**



**PESSOAS QUE
ESTIVERAM EM
AGLOMERAÇÕES**



**PESSOAS QUE
TIVERAM CONTATO
FÍSICO OU NÃO
UTILIZAM MÁSCARA**



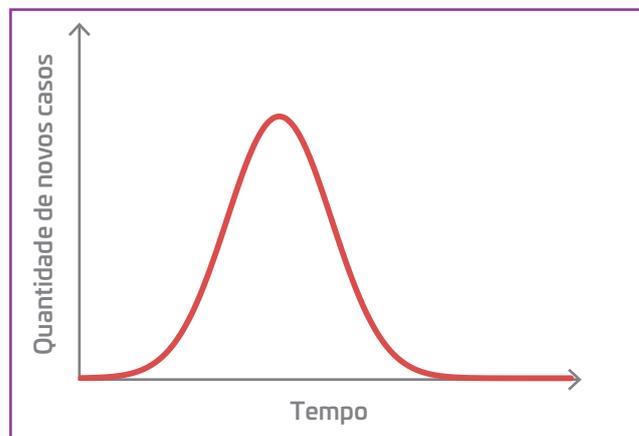
**PESSOAS COM
OUTRAS DOENÇAS
AUTOIMUNES**

Achatando a curva

Ouve-se muito sobre achar a curva de contaminação, mas o que isso significa?

A curva que deve ser achatada apresenta a quantidade de novos casos confirmados por dia, diferentemente das curvas tratadas até agora, que representam a quantidade de casos confirmados acumulados.

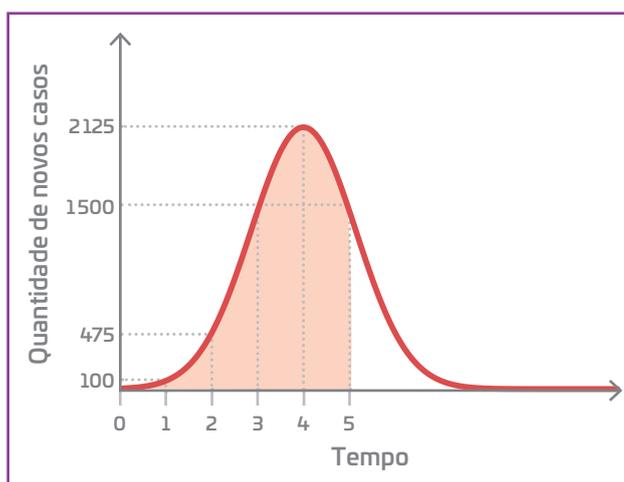
Sabe-se, por estudos de outras situações, que a quantidade de novos casos de infecção epidêmica por vírus passa por um crescimento exponencial, atinge um pico e depois decresce, quando o vírus consegue ser controlado ou são encontrados medicamentos ou vacinas que o combatem. A curva ao lado ilustra isso.



Essa curva, muito utilizada para modelar o comportamento da quantidade de infecções em uma epidemia, como a de Covid-19, é conhecida como normal. Para determiná-la, são utilizados recursos como média e desvio-padrão da distribuição das quantidades de novos casos.

Ao mostrar a previsão da quantidade de novos casos pelo tempo, a área embaixo da curva em determinado intervalo é uma previsão da quantidade de casos acumulados de infecção no período, como pode ser observada no exemplo a seguir.

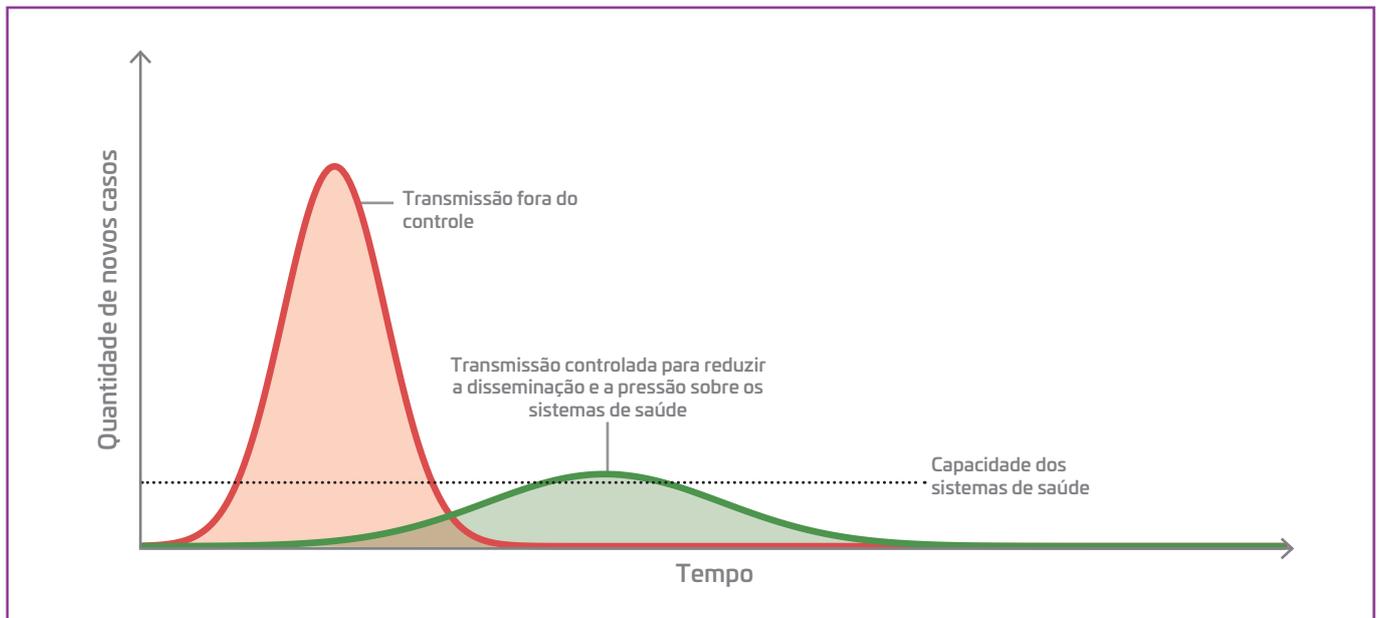
No exemplo, no primeiro período de tempo, foram verificados 100 novos casos; no segundo, 475; no terceiro, 1 500; no quarto, 2 125 e, no quinto, 1 500. Assim, ao final dos cinco períodos de tempo, a quantidade de casos acumulados é dada pela soma dos dados: $100 + 475 + 1\,500 + 2\,125 + 1\,500 = 5\,700$ casos.



Além disso, sabemos que a curva é simétrica em relação ao eixo vertical, portanto, a partir do pico, a quantidade de novos casos cai na mesma “velocidade” em que subiu na primeira parte da curva.

De posse dessas informações, podemos comparar a curva normal de novos casos quando nenhuma ação é tomada para impedir a rápida contaminação da população com outra curva normal que mostra a distribuição se medidas de higiene e isolamento social forem tomadas. Além disso, é possível relacionar essas curvas com a capacidade de atendimento dos sistemas de saúde que é dado por uma linha horizontal. Observe o exemplo ilustrativo a seguir.

COMO SE ACHATA A CURVA DA EPIDEMIA?



Determina-se uma curva normal que esteja abaixo da reta horizontal que, com base em cálculos sobre a situação do país, representa o limite da capacidade dos sistemas de saúde e é posicionada no mesmo plano cartesiano que a curva normal.

“Achatar a curva” significa que, independentemente da quantidade total de infectados ao fim da epidemia, o contágio acontece em um espaço de tempo maior, possibilitando à maioria das pessoas ter mais e melhor acesso a atendimento médico.

Com essas informações, torna-se possível fazer uma escolha: permitir que a doença se alastre descontroladamente, fazendo que as contaminações aconteçam mais rapidamente, possivelmente exaurindo os sistemas de saúde e causando mortes por falta de atendimento, ou controlar a transmissão por meio do distanciamento social, distribuindo a quantidade de novos pacientes ao longo do tempo.

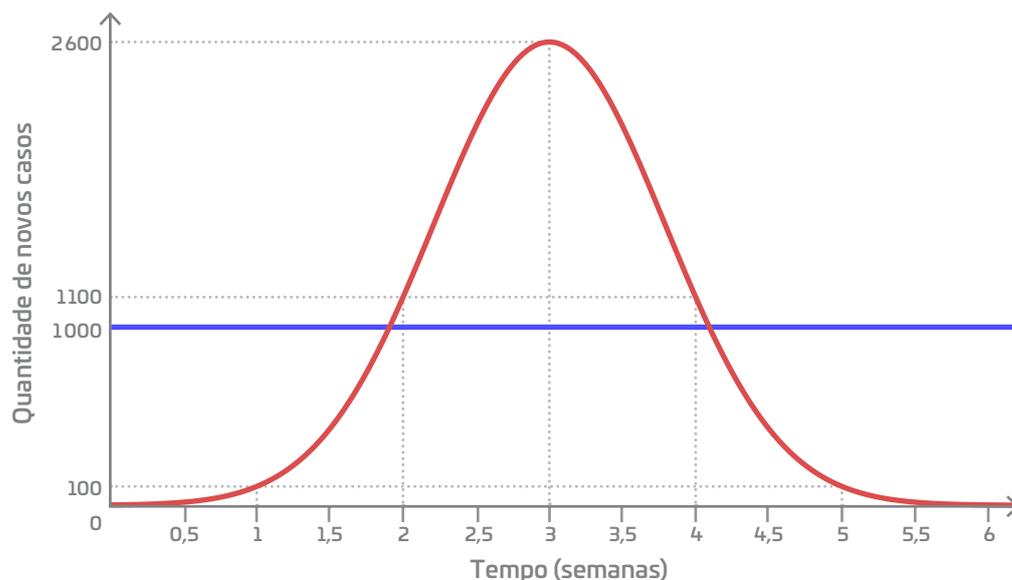
Observe o seguinte exemplo: no bairro X, o limite dos sistemas de saúde pode ser representado por uma reta horizontal posicionada na ordenada 1 000. Imagine que a quantidade total de pessoas infectadas (ou a quantidade de casos acumulados ao final da epidemia) será de 5 000 pessoas.

Suponhamos agora duas situações: uma em que as 5 000 pessoas se contaminem em cinco semanas, sem controle da transmissão, e outra em que isso ocorra em oito semanas, com controle da transmissão. Utilizando a distribuição normal da curva apresentada, poderíamos ter os seguintes cenários.

QUANTIDADES DE NOVOS CASOS E DE CASOS ACUMULADOS DE COVID-19 POR SEMANA NO BAIRRO X SEM CONTROLE DA TRANSMISSÃO

Semana	Quantidade de novos casos	Quantidade de casos acumulados
1ª	100	100
2ª	1 100	1 200
3ª	2 600	3 800
4ª	1 100	4 900
5ª	100	5 000

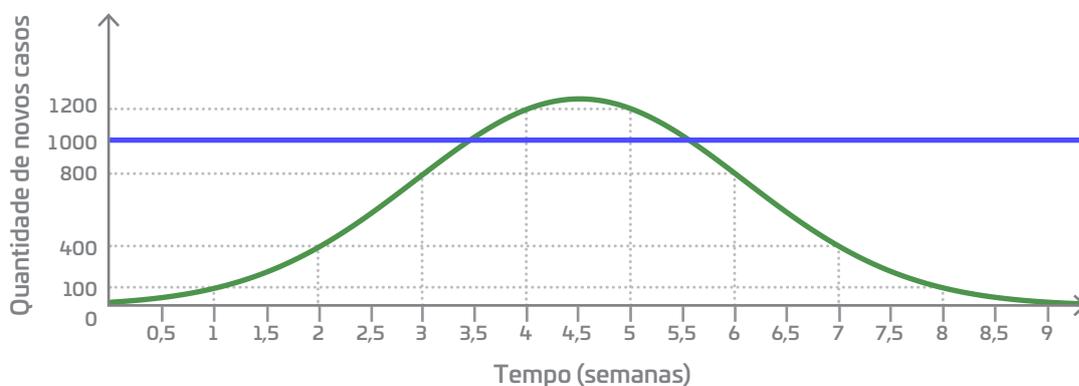
Representado graficamente, temos:



Fonte: Bairro X (dados fictícios).

QUANTIDADES DE NOVOS CASOS E DE CASOS ACUMULADOS DE COVID-19 POR SEMANA NO BAIRRO X COM CONTROLE DA TRANSMISSÃO		
Semana	Quantidade de novos casos	Quantidade de casos acumulados
1ª	100	100
2ª	400	500
3ª	800	1300
4ª	1200	2500
5ª	1200	3700
6ª	800	4500
7ª	400	4900
8ª	100	5000

Representado graficamente, temos:

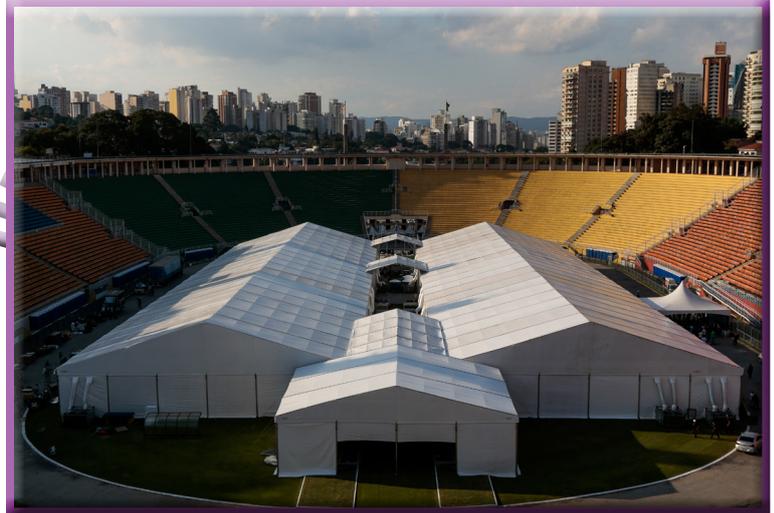


Fonte: Bairro X (dados fictícios).

Assim, se todas as 5 000 pessoas forem contaminadas em cinco semanas, a quantidade de novos casos extrapola, e muito, a capacidade dos sistemas de saúde. Portanto, é necessário, no exemplo, que as 5 000 pessoas se contaminem ao longo de oito semanas, pelo menos.

Tomada de decisão de acordo com previsões

Os governos utilizam as previsões matemáticas para tomar ações. Em alguns estados brasileiros, por exemplo, identificada a capacidade insuficiente dos sistemas de saúde para assistir os casos de Covid-19, foram criados hospitais de campanha especialmente para receber casos da doença.



À esquerda, o hospital de campanha construído no Riocentro, um centro de convenções da cidade do Rio de Janeiro. À direita, o hospital de campanha construído no estádio do Pacaembu, na cidade de São Paulo. O primeiro conta com 500 leitos, e o segundo, com 200 leitos. Em ambos, eles são exclusivos para o atendimento de pacientes com Covid-19.

Universidades se uniram para desenvolver testes rápidos e aparelhos respiratórios baratos e de fácil montagem para contribuir com o tratamento das pessoas doentes, além de trabalharem em pesquisas para a produção de vacina e de medicamentos para tratamento.

Além disso, medidas como cancelamento de campeonatos esportivos, *shows* e outros eventos que reúnem muitas pessoas e o fechamento do comércio foram tomadas para frear a propagação do vírus.

E uma informação importante é que, quando se consegue achatar a curva, o pico demora mais a acontecer, ou seja, quando o fim da quarentena é adiado é porque o pico acontecerá mais para frente e o isolamento social tem dado resultados.

> **Erika Di Lucia** é licenciada em Matemática pelo Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP) e trabalha com autoria e edição de livros didáticos.



COVID-19: FATO OU FAKE

EM UM ANO EM QUE UMA PANDEMIA ACOMETE O MUNDO TODO, VAMOS LEMBRAR COMO INFORMAÇÃO DE QUALIDADE PODE SALVAR VIDAS, TRAZENDO ALGUMAS VERDADES E MITOS SOBRE O NOVO CORONAVÍRUS.

ÁLCOOL EM GEL, DESINFETANTES, DETERGENTES E ÁGUA SANITÁRIA SÃO EFICAZES CONTRA O NOVO CORONAVÍRUS.

FATO ✓

Todos esses produtos têm poder contra o novo coronavírus, assim como limpadores multiuso com cloro, álcool de limpeza (líquido, com concentração entre 60% e 80%) e sabão.



CHÁ DE ERVA-DOCE MATA O VÍRUS.

FAKE ✗



O Ministério da Saúde informa que, até o momento, não há nenhuma substância, alimento, vitamina ou vacina que possa prevenir a infecção.

PRECISO TIRAR OS SAPATOS ANTES DE ENTRAR EM CASA.

FATO ✓

Seus sapatos devem ficar em uma parte isolada da casa e somente serem utilizados para sair, quando necessário.



É PRECISO TER, NECESSARIAMENTE, FEBRE ALTA PARA ESTAR COM O NOVO CORONAVÍRUS.

FAKE ✗



A maioria dos casos apresenta sintomas leves ou até mesmo não apresenta sintomas. Porém, a febre persistente associada à falta de ar é um sinal de alerta para procurar um serviço médico.

O VÍRUS PODE FICAR ATIVO EM OBJETOS E SUPERFÍCIES.

FATO ✓

O vírus sobrevive por até quatro horas em cobre, 24 horas em papelão e até três dias em superfícies de plástico e aço inoxidável. Ainda não sabemos quanto tempo sobrevive em tecido e outras superfícies.



VITAMINA D PREVINE CONTRA O NOVO CORONAVÍRUS.

FAKE ✗



Obtida a partir de suplementos vitamínicos, determinados alimentos e exposição ao sol, a vitamina D realmente reforça o sistema imunológico, mas não há evidências científicas que comprovem a eficácia da vitamina D contra a COVID-19.

DIVERSIFICAR O ASSUNTO DAS INFORMAÇÕES CONSUMIDAS AJUDA NA SAÚDE MENTAL.

FATO ✓

Durante uma pandemia como a de coronavírus, a tendência é concentrar o consumo de informações sobre o tema, o que alimenta a ansiedade e prejudica a saúde mental. Recomenda-se o consumo de conteúdos variados: noticiários, filmes, documentários, programas de entretenimento e o que mais você tiver interesse.



O NOVO CORONAVÍRUS SÓ É GRAVE PARA PESSOAS IDOSAS.

FAKE ✗



Pessoas acima de 60 anos são mais vulneráveis e propensas a complicações respiratórias severas, assim como doentes crônicos. Porém, crianças, jovens e adultos também podem se contaminar pelo vírus e, em alguns casos raros, ter complicações.

INGERIR ALIMENTOS ALCALINOS PROTEGE CONTRA O NOVO CORONAVÍRUS.

FAKE ✗

Nenhum alimento ou medicamento, até o momento, é capaz de curar a doença causada pelo novo coronavírus. Seria bom, mas não é verdade.



VACINA CONTRA A GRIPE PROTEGE CONTRA O CORONAVÍRUS.

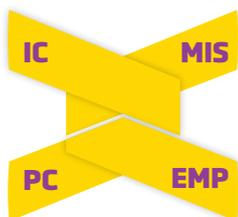
FAKE ✗



A gripe é causada por um vírus diferente da COVID-19. Porém, tomar a vacina da gripe é importante para evitar a contaminação com outro vírus potencialmente perigoso, o influenza. Isso vai evitar que duas epidemias (de gripe e COVID-19) aconteçam juntas e ainda facilita o diagnóstico de quem desenvolver a COVID-19, que possui sintomas semelhantes.

LEMBRE-SE

Nenhum medicamento específico para tratar o novo coronavírus foi aprovado. Estudos estão sendo realizados com medicações em todo o mundo e alguns parecem promissores, sendo adotados em protocolos de diversos hospitais no Brasil. O tratamento atual tem foco nos sintomas apresentados, com analgésicos para dor e antitérmicos para febre. Dieta balanceada, hidratação e repouso seguem entre as formas de tratamento. Qualquer medicamento deve ser utilizado sob recomendação médica.



- > **Iniciação científica**
- > **Mediação e intervenção sociocultural**
- > **Processos criativos**
- > **Empreendedorismo**

As atividades foram pensadas para que possam ser realizadas fora da sala de aula, se a escola estiver fechada por precaução quanto à Covid-19. Podem ser usados dispositivos tecnológicos para as discussões em grupo; planilhas e editores de texto compartilhados; aplicativos de mensagens de texto; redes sociais, principalmente para a atividade 5; entre outros.

1. Em situações em que uma nova doença surge e se desenvolve a ponto de contaminar uma grande parcela da população mundial, cientistas de diversas áreas buscam respostas e soluções. Em grupos, elaborem um trabalho sobre o papel da Matemática nesse processo.
2. No texto da seção **Diálogo Aberto** foi feita uma previsão com base nos dados coletados entre 14 e 25 de março em relação à confirmação de casos de Covid-19 no Brasil, tomando como referência o dia em que houve o primeiro caso de transmissão comunitária em São Paulo e no Rio de Janeiro. Em grupos, verifiquem se a previsão seria eficiente para prever como seriam os dias após a data mencionada e façam outras previsões, usando o modelo exponencial, tomando períodos e situações que achem pertinentes. Para finalizar, discutam quais são as limitações de uma projeção exponencial.
3. Pesquise algumas epidemias que atingiram a humanidade. Nessa pesquisa, identifique características da população na época, as formas de transmissão da doença, as atitudes tomadas para conter os surtos, a quantidades de casos e de mortes, a duração da epidemia, os países mais afetados e por quê, entre outros. Depois, relacione esses dados com os avanços na ciência.
4. Quais estão sendo suas ações durante a epidemia de Covid-19? E das pessoas e dos estabelecimentos da região onde você mora? Relacione as medidas tomadas e as características da sua região com as recomendações dadas pelos órgãos de saúde. Para finalizar, faça materiais informativos para compartilhar com familiares e amigos sobre a importância da prevenção à Covid-19.
5. Outras doenças endêmicas surgem sazonalmente no Brasil, como a dengue. Pesquise dados sobre o assunto, entre outros meios, no *site* do Ministério da Saúde, identificando a doença mais comum no estado ou na cidade onde você vive e analise-os.

Verifique como ocorre a transmissão da doença e quais os métodos de prevenção e proponha, com mais três colegas, uma campanha de conscientização, prevenção e combate para que a comunidade possa se prevenir da doença, argumentando com base na análise estatística dos dados pesquisados e em previsões.

Na BNCC:

- EMIFMAT01
- EMIFMAT02
- EMIFMAT05
- EMIFMAT06
- EMIFMAT07
- EMIFMAT08
- EMIFMAT09
- EMIFMAT10

Conteúdos abordados:

- Novo coronavírus (SARS-CoV-2)
- Covid-19
- H1N1
- Curva de contaminação
- Previsões da quantidade de casos acumulados
- Curva de quantidade de novos casos
- OMS, Ministério da Saúde
- Distanciamento social, prevenção e combate

1. Espera-se que os estudantes percebam que a Matemática tem o papel de ajudar a encontrar padrões em fenômenos naturais e em comportamentos. Além disso, auxilia no planejamento de ações e na organização de informações. No caso do estudo de doenças, por exemplo, a Matemática ajuda a verificar as proporções que a epidemia pode tomar, calcular recursos disponíveis necessários para planejar mais produção ou aquisição, a depender do caso, entre outros. Cada grupo pode ficar responsável por um contexto em que a Matemática é utilizada.

2. Utilizando a mesma previsão construída no texto, será possível observar que com o passar dos dias do gráfico, as curvas estarão muito distantes e a margem de erro será tão grande que o modelo não fará mais sentido.

As novas previsões pedidas podem ser feitas a partir do dia em que foi decretada a quarentena em alguma cidade, ou do dia em que houve a primeira morte, ou da data em que houve a primeira recuperação, entre outros. O tempo de análise pode ser escolhido da forma que convier. A previsão também pode ser feita em relação aos casos de mortes e aos casos de pessoas recuperadas da doença.

Porém, será necessário discutir se o modelo exponencial é o melhor em cada caso. Outras modelagens podem ser feitas com base em retas ou outras funções, com construções análogas às realizadas nesta edição. Independentemente disso, se for feita a média da taxa de crescimento nos modelos, a margem de erro pode ser calculada analogamente à apresentada.

Em relação à limitação, a modelagem exponencial não prevê uma desaceleração e, de modo breve, alcança números muito grandes, muitas vezes não condizendo com a realidade. Por isso, esse modelo é utilizado para prever fenômenos em curtos períodos. Deve-se também considerar que um erro associado a um modelo exponencial pode aumentar muito e tornar a projeção muito imprecisa. Entre alguns contextos em que o modelo exponencial pode ser utilizado está o crescimento populacional e os rendimentos a juros compostos.

3. Espera-se que com essa pesquisa os estudantes percebam que desconhecer o agente causador da doença, as formas de transmissão e de prevenção podem ser fatores que maximizam a quantidade de pessoas infectadas. Por isso, o avanço tecnológico trouxe muitas oportunidades para que a sociedade possa enfrentar as epidemias de maneira mais consciente e responsável.

A atividade pode ser feita em grupos, sendo cada grupo responsável por uma epidemia.

4. Respostas pessoais. Espera-se que os alunos percebam que acumularam não só informações sobre o comportamento do vírus e das formas de contágio, mas também podem ter se conscientizado sobre casos fatais e a importância de evitar a contaminação. Além disso, espera-se que possam, com base no contexto em que vivem, relatar as medidas tomadas em sua região e fazerem as observações necessárias para avaliar como as medidas de prevenção estão sendo implementadas, observando se os estabelecimentos de serviços essenciais estão disponibilizando álcool em gel, se está havendo aglomerações, se há muitas pessoas na rua, entre outros. Ao final, devem produzir materiais informativos, digitais ou manuais – sendo eles fotografados ou digitalizados – para compartilhar e conscientizar as pessoas próximas e os colegas sobre a necessidade de se prevenir. Nessa produção, podem ser utilizadas as informações e os gráficos desta edição.

5. A resposta vai depender da cidade onde os alunos vivem ou estudam. Espera-se que eles possam se conscientizar da prevenção de doenças e da identificação de problemas na comunidade. O objetivo é que criem um projeto completo de uma campanha para conscientização, prevenção e combate de alguma doença.

No caso da dengue, por exemplo, é possível organizar uma campanha em etapas: primeiro, divulgam informações às pessoas da região sobre a doença e seus perigos, além de como deve ser feita a prevenção. Depois, podem, quando possível e após o período de isolamento por causa da Covid-19, elaborar visitas aos vizinhos para verificar a existência de água parada. Por fim, podem entrar em contato com a prefeitura para sanarem problemas em terrenos abandonados. No caso da gripe, um ponto interessante é verificar se as pessoas tomaram a vacina, por exemplo.

Em ambos os casos, os projetos devem ser feitos com base em dados coletados sobre a região onde vivem.

Os alunos podem criar conteúdos para divulgar as informações, da mesma forma que no item 4, levando em consideração o público-alvo dessa ação, para que possam adequá-la e torná-la mais eficiente.

Números e formas geométricas: uma construção da humanidade

No ano de 2020, o **Articulação Itinerários MT** terá como tema principal “Números e formas geométricas: uma construção da humanidade”. Nessas publicações, pretende-se desenvolver textos que tragam entendimentos sobre as construções dos conceitos matemáticos, relacionando-os com seus usos na atualidade, como forma de desmistificar a presença da Matemática no cotidiano e de promover ações que ampliem o letramento matemático. Para isso, a Matemática apresentada será desenvolvida com base em outros vieses que não aquele que aborda apenas números e fórmulas, para possibilitar a compreensão da ciência sob outra ótica.

ARTICULAÇÃO

ITINERÁRIOS

JUNHO | 2020 EDIÇÃO Nº 6

MATEMÁTICA



Diretor de conteúdo e negócios

Ricardo Tavares de Oliveira

Diretor adjunto

Cayube Galas

Gerente editorial

Júlio Ibrahim

Gerente de produção e design

Letícia Mendes de Souza

Editora

Cláudia Pedro Winterstein

Colaboradores

Lucas de Souza Santos

Rodrigo Macena

Coordenador de eficiência e *analytics*

Marcelo Henrique Ferreira Fontes

Supervisora de preparação e revisão

Adriana Soares de Souza

Preparação e revisão

Equipe FTD

Coordenadora de imagem e texto

Marcia Berne

Pesquisa

Equipe FTD

Coordenadora de criação

Daniela Máximo

Supervisor de produção e arte

Fabiano dos Santos Mariano

Projeto gráfico

Bruno Atilli

Editora de arte

Adriana Maria Nery de Souza

Créditos das imagens:

p.1. CKA/Shutterstock.com; p.3. khaleddesigner/Shutterstock.com, Editoria de Arte;
p.4. IMAGE POINT FR – LPN/BSIP/Universal Images Group/Getty Images; p.5. elenabsl/Shutterstock.com;
p.7. elenabsl/Shutterstock.com; p.8. Editoria de Arte; p.11. Editoria de Arte; p.12. Marina Shevchenko/Shutterstock.com;
p.13. Editoria de Arte; p.14. Editoria de Arte; p.15. Editoria de Arte;
p.16. Alessandro Dahan/Getty Images, Miguel Schincariol/Getty Images, Acervo pessoal;
p.17. Painel Saúde Ativa. © 2008–2017 SulAmérica